

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ahmad Reshad NOORI

**EKSENEL DÖNEL SİMETRİK KABUK PROBLEMLERİNİN
DİNAMİK ANALİZİ İÇİN ALTERNATİF ÇÖZÜM METODU**

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ADANA, 2013

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**EKSENEL DÖNEL SİMETRİK KABUK PROBLEMLERİNİN
DİNAMİK ANALİZİ İÇİN ALTERNATİF ÇÖZÜM METODU**

Ahmad Reshad NOORI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu Tez 04/10/2013 Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından
Oybirliği/Oyçokluğu ile Kabul Edilmiştir.

.....
Doç. Dr. Beytullah TEMEL
DANIŞMAN

.....
Prof. Dr. Hüseyin R.YERLİ
ÜYE

.....
Prof. Dr. Naki TÜTÜNCÜ
ÜYE

Bu Tez Enstitümüz İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında hazırlanmıştır.
Kod No:

Prof. Dr. Mustafa GÖK
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

EKSENEL DÖNEL SİMETRİK KABUK PROBLEMLERİNİN DİNAMİK ANALİZİ İÇİN ALTERNATİF ÇÖZÜM METODU

Ahmad Reshad NOORI

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Danışman : Doç. Dr. Beytullah TEMEL

Yıl: 2013, Sayfa: 103

Jüri : Doç. Dr. Beytullah TEMEL

: Prof. Dr. Hüseyin R. YERLİ

: Prof. Dr. Naki TÜTÜNCÜ

Bu çalışmada eksenel dönel simetrik geometri ve yüklemeye sahip kabuk problemlerin dinamik analizleri için alternatif bir çözüm metodu teorik olarak araştırılmıştır. Eksenel dönel simetrik kabuk cisimlerin sönümlü davranışları, iki boyutlu düzlemsel eleman modeli kullanılarak, sonlu elemanlar ve Laplace dönüşüm metodlarının birlikte kullanılması ile elde edilmiştir. Kabuk malzemesi izotrop, lineer elastik veya viskoelastik olarak kabul edilmiştir. Viskoelastik malzeme durumunda Kelvin sönüm modeli kullanılmıştır. Kelvin modelinde elastik sabitler elastik-viskoelastik analogisi yardımı ile Laplace uzayında kompleks karşılıkları ile yer değiştirilmektedir. Sistemi idare eden hareket denklemi öncelikle zaman uzayında elde edilmiştir. Ardından sistem hareket denklemini Laplace dönüşümü uygulanarak elde edilen lineer cebrik denklem takımı, sayısal olarak çözülmüştür. Dönüşmüş uzayda elde edilen çözümlerden zaman uzayına geçmek için Durbin'in modifiye edilmiş ters Laplace dönüşüm metodu kullanılmıştır. Bu işlem kullanılarak sonlu elemanlar metoduna dayalı bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Programın doğruluğu literatürde bulunan diğer yöntemlerle karşılaştırılarak gösterilmiştir. Literatürde mevcut olan diğer sayısal yöntemler ile karşılaştırıldığında, bu prosedürün oldukça doğru ve etkin olduğu kanıtlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Eksenel Dönel Simetrik Kabuklar, Sonlu Elemanlar Metodu, Ters Laplace Dönüşümü, Kelvin Sönüm Modeli

ABSTRACT

MSc THESIS

AN ALTERNATIVE SOLUTION METHOD FOR DYNAMIC ANALYSIS OF AXISYMMETRIC SHELL PROBLEMS

Ahmad Reshad NOORI

**ÇUKUROVA UNIVERSITY
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING**

Supervisor : Assoc. Prof. Dr.Beytullah TEMEL
Year: 2013, Pages: 103
Jury : Assoc. Prof. Dr.Beytullah TEMEL
: Prof. Dr. Hüseyin R. YERLİ
: Prof. Dr. Naki TÜTÜNCÜ

In this study, an alternative method for dynamic analysis of axisymmetric shell problems subjected to axisymmetric loading is theoretically investigated. The solutions of damped response of axisymmetric shells have been obtained by finite elements method in conjunction with Laplace transform method using the two dimensional plane elements. Materials of the shells are assumed to be isotropic, linear elastic and/or viscoelastic. In the viscoelastic material case, the Kelvin model is employed. According to the correspondence principle the material constants are replaced with their complex counterparts in the Laplace domain. The governing equations of motion of the problem are first obtained in the time domain. Laplace transform is then applied and the set of simultaneous linear algebraic equations are solved numerically in the Laplace domain. The solutions obtained are transformed to the time domain using the modified Durbin's inverse numerical Laplace transform method. For the suggested model, a finite element analysis computer program is coded in Fortran. Verification of the program is performed by comparing the results of the present method with other numerical methods available in the literature. This procedure has proved to be highly accurate and efficient compared to various other numerical methods available in the literature.

Key Words: Axisymmetric Shells, Finite Element Method, Inverse Laplace Transform, Kelvin Damping Model

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca beni yönlendirip, yardımlarını esirgemeyen, yapıcı ve yönlendirici fikirleri ile bana daima yol gösteren ve kendisinden çok şey öğrendiğim değerli hocam ve danışmanım sayın Doç.Dr.Beytullah TEMEL'e, en zor günlerde bile pozitif düşünebilme yüreklilikleri ile yanımda olan aileme, verdiği burs desteklerinden dolayı T.C. Başbakanlık Yurtdışı Türkler ve Akraba Toplulukları Başkanlığı'na, beni eğitim süresince cesaretlendiren ve sürekli destek veren arkadaşlarım Ahmet ASLAN, Ruhulamin AMİNİ, Özge PARLAK, Fatih GÜR ve Ghulam Yahya RAHMANİ'ye teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

SAYFA

ÖZ	I
ABSTRACT	II
TEŞEKKÜR	III
İÇİNDEKİLER	IV
ÇİZELGELER DİZİNİ	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ	VIII
SİMGELER VE KISALTMALAR	XIV
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	3
3. MATERYAL VE METOD	7
3.1. Giriş	7
3.2. Eksenel Dönel Simetrik Gerilme ve Şekil Değiştirmeler	7
3.3. Eksenel Dönel Simetrik Hal İçin Sonlu Eleman Yaklaşımı	10
3.4. Eleman Rijitlik Matrisinin Hesabı	13
3.5. Eleman Yük Vektörünün Hesabı	18
3.5.1. Hacim Yükleri	18
3.5.2. Elemanın Kenarlarına Etkiyen Normal ve Teğetsel Yükler	18
3.6. Eleman Kütle Matrisinin Oluşturulması	19
3.7. Hareket Denkleminin Oluşturulması	22
3.7.1. Hareket Denkleminin Laplace Dönüşümü	24
3.7.2. Sönüm Etkisi	25
4. BULGULAR VE TARTIŞMA	27
4.1. İç Kenarına Düzgün Yük Etkiyen Silindir	28
4.1.1. Statik Yük Durumu	30
4.1.2. Dinamik Yük Durumu	31
4.1.2.1. Adım Tipi Yükleme Durumu	31
4.1.2.2. İmpulsif Sinüs Tipi Yükleme Durumu	36
4.2. Düzgün Yayılı Yüklü Dairesel Plak	40
4.2.1. Statik Yük Durumu	42

4.2.2. Dinamik Yük Durumu	43
4.2.2.1. Adım Tipi Yükleme Durumu	43
4.2.2.2. İmpulsif Sinüs Tipi Yükleme Durumu	50
4.3. Ortasından Tekil Yüklü Dairesel Plak.....	53
4.4. Düzgün Yayılı Yüklü Kubbe.....	57
4.4.1. Statik Yük Durumu.....	59
4.4.2. Dinamik Yük Durumu	60
4.4.2.1. Adım Tipi Yükleme Durumu.....	60
4.4.2.2. İmpulsif Sinüs Tipi Yükleme Durumu	66
4.5. Ortasından Tekil Yüklü Kubbe	69
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	75
KAYNAKLAR	77
ÖZGEÇMİŞ	81
EKLER.....	82
EK1 Durbin'in Modifiye Edilmiş Sayısal Ters Laplace Dönüşüm Metodu	83
EK2 Düzlemsel Elastisite Problemlerinin Statik Analizi İçin Paket Program.....	85
EK3 Düzlemsel Elastisite Problemlerinin Din. Analizi İçin Paket Program	93

ÇİZELGELER DİZİNİ

SAYFA

Çizelge 3.1. Şekil fonksiyonları ve bunların ξ ve η 'ya göre türevleri.....	16
Çizelge 3.2. Gauss integrasyon noktası koordinatları ve ağırlık değerleri.....	22
Çizelge 4.1. Silindir kalınlığının ortasında yatay deplasmanların karşılaştırılması	30
Çizelge 4.2. Dairesel plak kalınlığının ortasında düşey deplasmanların karşılaştırılması	42
Çizelge 4.3. Kubbe kalınlığının ortasında düşey deplasmanların karşılaştırılması	59

Şekil 3.1. Eksenel dönel simetrik problem.....	7
Şekil 3.2. Birim hacim.....	8
Şekil 3.3. Elemanter hacmin uzama oranları.....	9
Şekil 3.4. Sekiz düğümlü kuadratik dörtgen eleman.....	10
Şekil 3.5. Parabolik kenara etkiyen normal ve teğetsel yükler	19
Şekil 3.6. Gauss integrasyon noktaları	22
Şekil 4.1. Silindirin geometrisi.....	28
Şekil 4.2. Silindir için sonlu eleman ağı.....	29
Şekil 4.3. Statik yükleme altında silindirin kalınlığı boyunca σ_r gerilmesinin dağılımı	30
Şekil 4.4. Dinamik yük fonksiyonları ($q_0 = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$)	31
Şekil 4.5. Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	32
Şekil 4.6. Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	32
Şekil 4.7. Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması	33
Şekil 4.8. Silindirin 34 Nolu düğümü için σ_r gerilmesinin zamanla değişimi.....	34
Şekil 4.9. Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	34
Şekil 4.10. Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	35
Şekil 4.11. Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması	35
Şekil 4.12. İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi	36
Şekil 4.13. İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi	37

Şekil 4.14. İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması.....	37
Şekil 4.15. İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi	38
Şekil 4.16. İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi	39
Şekil 4.17. İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması.....	39
Şekil 4.18. Plagın geometrisi.....	40
Şekil 4.19. Dairesel plak için sonlu eleman ağı	41
Şekil 4.20. Plak kalınlığı boyunca σ_r gerilmesinin dağılımının karşılaştırılması	42
Şekil 4.21. Dinamik yük fonksiyonları ($q_0 = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$)	43
Şekil 4.22. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	44
Şekil 4.23. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	44
Şekil 4.24. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması	45
Şekil 4.25. Adım tipi yükleme için plak ortasında ve kalınlığının altında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi.....	46
Şekil 4.26. Adım tipi yükleme için plak ortasında ve kalınlığının altında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi.....	46
Şekil 4.27. Adım tipi yükleme için plak ortasında ve kalınlığının altında σ_r gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması	47
Şekil 4.28. Adım tipi yükleme için plak ortasında kalınlığının alt noktasında ve üst noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması	48
Şekil 4.29. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	48
Şekil 4.30. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	49

Şekil 4.31. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması	49
Şekil 4.32. İmpulsif sinüs tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi	50
Şekil 4.33. İmpulsif sinüs tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi	51
Şekil 4.34. İmpulsif sinüs tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması.....	51
Şekil 4.35. İmpulsif sinüs tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması.....	52
Şekil 4.36. İmpulsif sinüs tipi yükleme için plak ortasında kalınlığının altında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi.....	52
Şekil 4.37. Plak geometrisi.....	53
Şekil 4.38. Dinamik yük fonksiyonu ($p_0 = 1 \times 10^7$ N).....	54
Şekil 4.39. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması.....	54
Şekil 4.40. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için plak ortasında ve kalınlığın alt noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması....	55
Şekil 4.41. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması.....	55
Şekil 4.42. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için plak ortasında ve kalınlığın alt noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi.....	56
Şekil 4.43. Kubbenin geometrisi	57
Şekil 4.44. Kubbe için sonlu eleman ağı	58
Şekil 4.45. Statik yükleme altında kubbenin kalınlığı boyunca σ_r gerilmesinin dağılımı	59
Şekil 4.46. Dinamik yük fonksiyonları ($q_0 = 1 \times 10^6$ N/m ²)	60
Şekil 4.47. Adım tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	61
Şekil 4.48. Adım tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	61

Şekil 4.49. Adım tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması	62
Şekil 4.50. Adım tipi yükleme için kubbe ortasında ve kalınlığının alt noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi.....	63
Şekil 4.51. Adım tipi yükleme için kubbe ortasında ve kalınlığının alt noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi.....	63
Şekil 4.52. Adım tipi yükleme için kubbe ortasında kalınlığının altında σ_r gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması	64
Şekil 4.53. Adım tipi yükleme için kubbe ortasında kalınlığının alt noktasında ve üst noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması	65
Şekil 4.54. Adım tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi	65
Şekil 4.55. Adım tipi yükleme için kubbe ortasında ve kalınlığın altında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi.....	66
Şekil 4.56. İmpulsif sinüs tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki düşey deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması.....	67
Şekil 4.57. İmpulsif sinüs tipi yükleme için kubbenin ortasında kalınlığının alt noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması.....	67
Şekil 4.58. İmpulsif sinüs tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi	68
Şekil 4.59. İmpulsif sinüs tipi yükleme için kubbenin ortasında kalınlığının alt noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi.....	68
Şekil 4.60. Kubbenin geometrisi	70
Şekil 4.61. Dinamik yük fonksiyonu ($P_0 = 1 \times 10^7$ N)	70
Şekil 4.62. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması	71
Şekil 4.63. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için kubbe ortasında kalınlığının altındaki σ_r gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması	71
Şekil 4.64. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi.....	72

Şekil 4.65. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için kubbe ortasında kalınlığının altındaki σ_r gerilmesinin zamanla değişimi.....	72
---	----

SİMGELER VE KISALTMALAR

s.	: Saniye
$\epsilon_r, \epsilon_z, \epsilon_\theta$	: r, z ve θ doğrultularında birim uzamalar
γ_{rz}	: rz düzleminde oluşan kayma şekil değiştirmesi
$\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta$	: r, z ve θ doğrultularında normal gerilmeler
τ_{rz}	: rz düzleminde oluşan kayma gerilmesi
ρ	: Kütleli yoğunluk
ν	: Poisson oranı
G	: Kayma Modülü
E	: Elastisite Modülü
u, v	: r ve z doğrultusundaki deplasmanlar
f_r, f_z	: r ve z doğrultusunda ağırlık yükleri
t_r, t_z	: r ve z doğrultusunda yayılı yükler
r	: Eksenel dönel simetrik cismin yarıçapı
N_i	: Şekil fonksiyonları
[J]	: Jacobian matrisi
$[k_e], [m_e]$	: Eleman rijitlik ve kütle matrisleri
$[f_e]$	: Eleman yük vektörü
w_i, w_j	: Gaus integrasyon ağırlık değerleri
L	: Langrangean
T, Π	: Kinetik ve potansiyel enerjileri
s	: Laplace dönüşüm parametresi
g	: Malzemenin viskoz sönüm oranı
E_v, G_v	: Viskoelastik malzeme sabitleri
h	: Silindir yüksekliği
q	: Yayılı yük şiddeti
t	: Eksenel dönel simetrik cismin kalınlığı

1. GİRİŞ

Eksenel dönel simetrik geometriye sahip yapı elemanlarının hesabı önemli bir mühendislik problemi olup pek çok mühendislik yapısında yer alırlar. Hazneler, su küreleri, her nevi malzeme silosu ve bunkerleri, genellikle silindir, koni ve kubbe gibi eksenel dönel kabuk elemanları içermektedir. Televizyon kuleleri gibi yapıların gövdesi, silindir kabul edilebilecek kadar, eğimi çok az bir konik kabuk olup, temelleri dairesel plaktan oluşmaktadır. Son yıllarda arıtma teknolojisinin gelişmesiyle beraber su artıma tesislerinde kullanılan ve çeşitli dinamik etkilere maruz çökeltme havuzları ve havalandırma havuzları da dönel kabuklara ilginç birer örnektir.

Eksenel dönel kabuk problemlerinin hareket denklemleri yaygın olarak düz ve eğri kenarlı konik sonlu elemanlar kullanılarak elde edildiği gibi, üç boyutlu kabuk sonlu elemanlarla da elde edilmektedir. Düzgün yük ve geometriler için ince dönel kabuk problemleri analitik olarak çözülebilmektedir. Ancak keyfî yüklemeler ve kalın gövdeli kabuk problemler için analitik çözüm mümkün olmayıp, sayısal çözümler yapılabilir. Dönel kabuk problemlerine ait çalışmalarda enerji, sonlu farklar ve sonlu elemanlar gibi yaklaşık yöntemler kullanılmaktadır.

Mühendislik problemlerinde geometri ve yüklemenin yanı sıra, malzeme özelliklerinin seçimi de önem arz etmektedir. Örneğin, izotropik malzemeden başka ortotropik veya anizotropik malzemeler de eksenel dönel simetrik cisimlerin üretiminde yaygın olarak tercih edilmektedir. Mühendislik yapılarında, analizlerin basitliği nedeniyle, malzemelerin elastik olduğu kabul edilmektedir. Gerçekte kullanılan bu tür malzemeler bünyesindeki iç sürtünmeden dolayı az veya çok viskoelastik özelliğe sahiptirler. Bu nedenle gerçek malzeme davranışını yansıtmak için elastik bünye bağıntıları yerine viskoelastik bünye bağıntıları kullanmak daha gerçekçi olacaktır. Birçok çalışmada viskoelastik malzemelerin dinamik davranışını çeşitli modeller kullanılarak araştırılmıştır.

Bu tezde eksenel simetrik yükleme etkisindeki dönel simetrik cisimler ile ilgili problemler, iki boyutlu basit düzlemsel problemler olarak ele alınacaktır.

Eksenel dönel cisimler ve yüklemeler, z eksenine göre simetrik olduğundan deformasyonlar ve gerilmeler, θ dönme açısından bağımsızdırlar. Bu nedenle, problemler r - z düzleminde tanımlı olan dönel alan üzerinde iki boyutlu olarak ele alınacaktır.

Bu çalışmada, elastik ve viskoelastik malzemeye sahip izotropik eksenel dönel kabukların dinamik davranışları sonlu elemanlar metodu yardımıyla Laplace uzayında teorik olarak araştırılacaktır. Dönel kabuklara ait hareket denklemleri Langrangean ve Hamilton prensibi yardımıyla elde edilmiştir. Sistemi idare eden hareket denklemi, her düğümünde 2 serbestlik derecesine sahip 8 düğümlü kuadratik elemanlar kullanılarak, sonlu elemanlar yardımıyla zaman uzayında elde edilecektir. Sonlu elemanlara ait rijitlik matrisleri, kütle matrisleri ve yük vektörleri 3 noktalı Gauss sayısal integrasyon metodu yardımıyla hesaplanacaktır. Elde edilen sistem hareket denklemi Laplace dönüşümü yardımıyla lineer cebrik takımına dönüştürülecektir. Bu denklem takımı Gauss eliminasyon metodu ile Laplace uzayında bir dizi Laplace parametresi için çözülecektir. Laplace dönüşümleri sayesinde dinamik problem statik forma dönüşmekte, ayrıca sönümün etkisi dönüşmüş uzayda kolayca ele alınabilmektedir. Kabuk malzemesinin lineer elastik veya viskoelastik olduğu kabul edilmiştir. Viskoelastik malzeme durumunda Kelvin sönüm modeli kullanılmaktadır. Kelvin sönüm modelinde elastik sabitler, elastik-viskoelastik analogisi yardımıyla, Laplace dönüşüm uzayında kompleks karşılıkları ile yer değiştirmektedir. Elde edilen çözümlerin Laplace uzayından zaman uzayına dönüşümü için Durbin'in modifiye edilmiş sayısal ters Laplace metodu kullanılmaktadır. Bu çalışmada bulunan sonuçlar, ANSYS programından elde edilen çözümler ile karşılaştırılacaktır.

Bu tezde iç kenarına düzgün yük etkiyen silindir, düzgün yayılı yüklü dairesel plak ve düzgün yayılı yüklü kubbe problemleri statik ve dinamik (adım tipi, impulsif sinüs tipi) yükleme durumları için çözülecektir. Ortasından tekil yüklü dairesel plak ve kubbe problemleri, periyodik sinüs dalga tipi yük durumu için ayrıca çözülecektir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Jawad (1994), kabukların ve plakların analizi ve tasarımını, Ross (1984) mühendislikte eksenel dönel simetrik problemler için sonlu eleman programlarını, Gibson (1980) ince kabukların teorisini, Weaver ve Johnston (1984) kabuklar için sonlu elemanlar yaklaşımını, Özden (1975) dönel kabukların statik davranışlarını incelemişlerdir.

Karmaşık geometri ve yüklemeye sahip eksenel dönel simetrik kabukların analitik çözümlerini elde etmek kimi zaman mümkün değildir. Bu yüzden gerek statik gerekse de dinamik analizler için sonlu elemanlar, sonlu farklar ve sınır elemanlar gibi sayısal yöntemler kullanılmaktadır. Sonlu elemanlar yöntemi programlama bakımından diğer sayısal yöntemlere göre daha etkin olduğundan araştırmacılar tarafından daha çok tercih edilmektedir. Genel olarak eksenel dönel kabuk sistemlerini idare eden hareket denklemleri sayısal operasyonel metodları, mod birleştirme metodu veya direk integrasyon metodları (Wilson θ metodu, merkezi sonlu farklar metodu ve Newmark metodu) ile çözülmektedir. Bathe ve Wilson (1976), doğrudan integrasyon metodlarının arasında Newmark metodunun daha kararlı olduğunu göstermiştir.

Polat ve Calayir (2010), lineer elastik malzemeye sahip dönel kabukların non-lineer statik ve dinamik analizini incelemişlerdir. Dönel kabukların dinamik analizi için Newmark metodu ile Newton-Raphson iterasyon yöntemini birlikte kullanmışlardır. Bhimaraddi (1987), geliştirdiği kayma deformasyon teorisini kullanarak statik ve zorlanmış titreşim analizleri Newmark metodu yardımıyla yapmış ve analiz sonuçlarını klasik kabuk teorisi ve birinci mertebe kayma deformasyon teorisi ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırmalı olarak göstermiştir.

Santos ve ark. (2005), dönel kabukların eğilmesini, serbest titreşimini ve burulmasını yarı analitik sonlu eleman yöntemi yardımıyla inceleyip, elde ettikleri sonuçları, literatürde bulunan diğer sayısal yöntemlerin sonucu ve analitik sonuçlar ile karşılaştırmışlardır. Khadimallah ve ark. (2010), harmonik yük etkisi altında eksenel dönel kabukların dinamik rijitlik matrisini elde etmiştir. Shin ve Du (1995), tabakalı kabukların serbest titreşimini ve zorlanmış titreşimini analizi için kayma

deformasyon teorisini kullanmışlardır. Casimir ve ark. (2007), boru şeklinde kabuklar için dinamik rijitlik matrisini elde etmiş ve bir silindire uygulamışlardır. Qatu (2004), tabakalı plakların serbest titreşimlerini incelemiştir.

Setoodeh ve ark. (2011) malzeme özellikleri fonksiyonel olarak değişen eksenel dönel simetrik kabukların zorlanmış titreşimini diferansiyel quadrature metodu ve Newmark metodunu kullanarak yapmışlar ve elde ettikleri sonucu ANSYS ile karşılaştırmışlardır. Sofiyev (2010) malzeme özellikleri fonksiyonel olarak değişen ve sonsuz bir silindirin dinamik analizini analitik olarak incelemiştir.

Bhuta (1963), ince kabuk teorisini kullanarak hareketli bir yük etkisinde elastik kabukların zorlanmış titreşimini incelemiştir. Kabuk önce hareketli ve azalan bir basınç yükü için süperpozisyon metodu ile çözülmüş, daha sonra elde edilen sonuçlar kullanılarak sınırlayıcı yöntemin "Limiting Procedure" yardımıyla kabuğun zorlanmış titreşim analizini yapmıştır.

Stanley ve Ganesan (1994), kalınlığı değişken ve eksenel simetrik şok yük etkisinde olan kabukların analizi için her bir düğümünde 4 serbestlik derecesi olan ince kabuk elemanları kullanarak yarı analitik sonlu eleman yöntemini kullanmışlar ve maksimum deplasman ve gerilmenin belli bir kalınlık değişimi için azaldığını belirtmişlerdir.

Shen (1965) ilk kez William metodunu kullanarak yüzeysel yükün etkisinde, basit mesnetli, sonsuz ve ince bir silindirin zorlanmış titreşim analizini yapmıştır. Bu yaklaşımın diğer yöntemlere göre avantajı olarak yüzeysel yükün altında zorlanmış titreşim durumunda serinin hızlı bir şekilde yakınsamasını göstermiştir.

Temel ve Şahan (2013a), Temel ve Şahan (2013b), ortotropik ve tabakalı anizotropik malzemeye sahip lineer elastik kalın plakların dinamik davranışını Laplace uzayında teorik olarak incelemişlerdir. Çalışmalarında önerdikleri metodun adım adım integrasyon metodlarına göre çok daha etkin olduğunu göstermişlerdir.

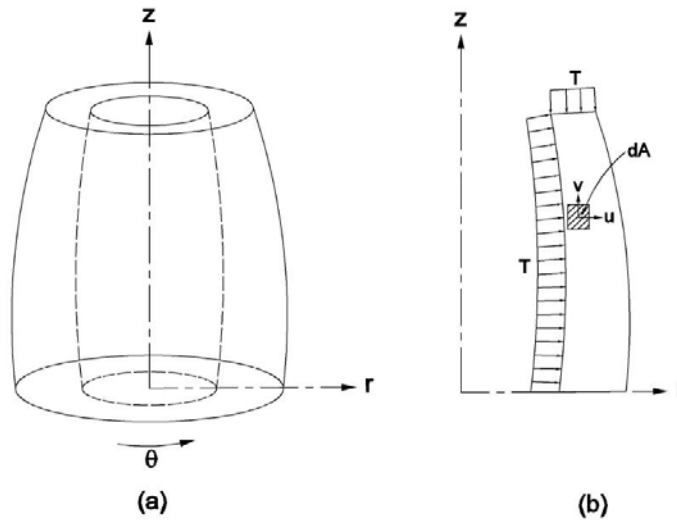
Yukarıda bahsedildiği gibi, eksenel dönel simetrik kabukların dinamik analizi, genellikle Newmark metodu ve mod birleştirme metodu gibi sayısal yöntemler kullanılarak yapılmıştır. Literatür araştırmalarında eksenel dönel simetrik cisimlerin Fourier uzayında analizlerinin çok kısıtlı olduğu görülmüştür. Yazarın bilgisine göre, eksenel dönel simetrik kabukların iki boyutlu düzlemsel eleman

modeli yardımıyla sonlu elemanlar ve Laplace dönüşüm metodları birlikte kullanılarak, dinamik analizine yönelik herhangi bir çalışmaya rastlanamamıştır. Bu tezde eksenel dönel simetrik kabuk cisimlerin dinamik yüklemeler altında sönümlü davranışları, iki boyutlu düzlemsel eleman modeli yardımıyla sonlu elemanlar ve Laplace dönüşüm metodları birlikte kullanılarak, alternatif bir çözüm metodu ile etkin bir şekilde ele alınacaktır.

3. MATERYAL VE METOD

3. 1. Giriş

Eksenel simetrik yüklemeye maruz üç boyutlu eksenel simetrik cisimler veya eksenel döneel simetrik kabuklar ile ilgili problemler, iki boyutlu basit problemler olarak ele alınabilirler. Şekil 3.1’de görüldüğü gibi, cisimler ve yüklemeler z eksenine göre simetrik olduğundan deformasyonlar ve gerilmeler, θ dönme açısından bağımsızdırlar. Bu nedenle, problemler r - z düzleminde tanımlı olan döneel alan üzerinde iki boyutlu olarak ele alınacaktır (Şekil 3.1b). Yerçekimi kuvvetleri eğer z eksenini doğrultusunda dikkate alınabilir. Volan benzeri döneel cisimlerdeki merkezkaç kuvvetler hacim kuvvetleri olarak ele alınmaktadır. (Chandrupatla, Belegundu, 2002.)

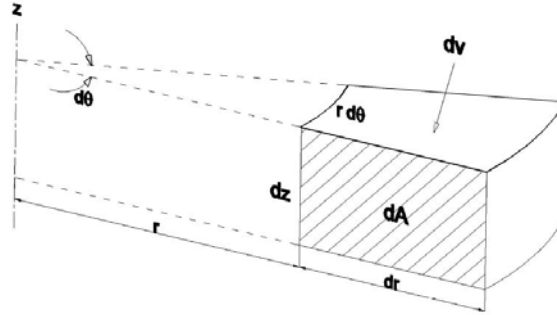


Şekil 3.1 Eksenel döneel simetrik problem

3.2. Eksenel Döneel Simetrik Gerilme ve Şekil Değiş tirmeler

Şekil 3.2’deki birim hacim ele alındığında potansiyel enerji aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_A \sigma^T \varepsilon r dA d\theta - \int_0^{2\pi} \int_A u^T f r dA d\theta - \int_0^{2\pi} \int_L u^T T r dl d\theta - \sum_i u_i^T P_i \quad (3.1)$$



Şekil 3.2 Birim hacim

$(r dl d\theta)$, elemanın yüzey alanını verdiği için (3.1) denkleminde bulunan tüm terimler θ 'dan bağımsızdırlar. Buna göre (3.1) denklemi aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\Pi = 2\pi \left(\frac{1}{2} \int_A \sigma^T \varepsilon r dA - \int_A u^T f r dA - \int_L u^T T r dl \right) - \sum_i u_i^T P_i \quad (3.2)$$

Herhangi bir noktanın deplasmanları:

$$u = u(r, z) \quad (3.3)$$

$$v = v(r, z) \quad (3.4)$$

Ağırlık ve yayılı sınır yükleri, sırasıyla:

$$\{f\} = \{f_r, f_z\}^T \quad (3.5)$$

$$\{t\} = \{t_r, t_z\}^T \quad (3.6)$$

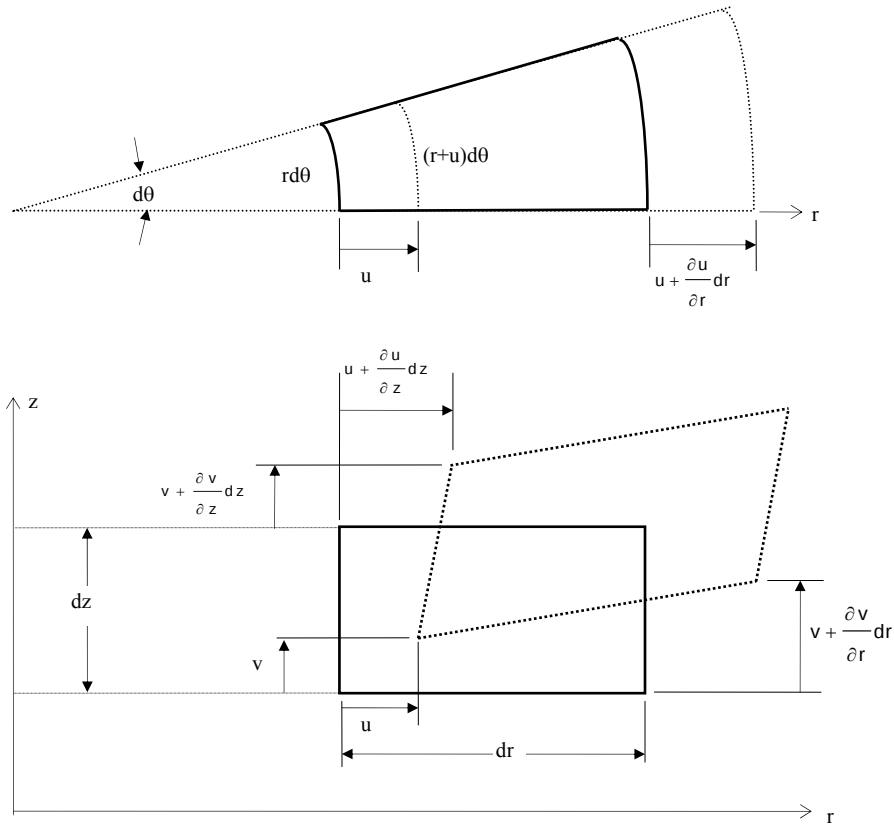
ile gösterilmektedir. Uzama oranları ile deplasman arasındaki ilişki Şekil 3.3 ten,

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_r, \epsilon_z, \epsilon_\theta, \gamma_{rz}\}^T = \left\{ \frac{\partial u}{\partial r}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{u}{r}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right\} \quad (3.7)$$

yazılır. Gerilme vektörü,

$$\{\sigma\} = \{\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \tau_{rz}\}^T \quad (3.8)$$

olarak tarif edilmektedir.



Şekil 3.3 Elemanter hacmin uzama oranları

Uzama oranları ile gerilmeler arasındaki ilişkiyi belirten bünye denklemi:

$$\{\sigma\} = [C] \{\epsilon\} \quad (3.9)$$

(3.9) denkleminin açık şekli aşağıda verilmiştir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\nu)p & \nu p & \nu p & 0 \\ & (1-\nu)p & \nu p & 0 \\ \text{Simetrik} & & (1-\nu)p & 0 \\ & & & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_z \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

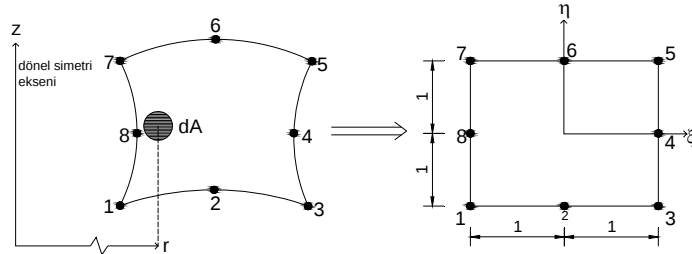
Burada p ve G , (3.11) ve (3.12) denklemlerinde verilmiştir.

$$p = \frac{F}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.11)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.12)$$

3. 3. Eksenel Dönel Simetrik Hal İçin Sonlu Eleman Yaklaşımı

Bu çalışmada izoparametrik sekiz düğümlü, kuadratik eleman kullanılmaktadır (Şekil 3.4).



a) Gerçek eleman

b) Referans elemanı

Şekil 3.4 Sekiz düğümlü kuadratik dörtgen eleman

Kuadratik dörtgen elemanda herhangi bir noktanın koordinatları şekil fonksiyonlarına bağlı olarak,

$$r = \sum_{i=1}^8 N_i r_i \quad ; \quad z = \sum_{i=1}^8 N_i z_i \quad (3.13)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, r_i ve z_i , i düğümünün koordinatları olup, N_i ise kuadratik şekil fonksiyonlarıdır. Deplasmanlar için 8 parametrelili kuadratik baz polinomları seçilmektedir.

$$u(\xi, \eta) = \{P(\xi, \eta)\}^T \{a\}, \quad v(\xi, \eta) = \{P(\xi, \eta)\}^T \{a\} \quad (3.14)$$

$$u = a_1 + \xi a_2 + \eta a_3 + \xi^2 a_4 + \xi \eta a_5 + \eta^2 a_6 + \xi^2 \eta a_7 + \xi \eta^2 a_8 \quad (3.15)$$

$$v = a_1 + \xi a_2 + \eta a_3 + \xi^2 a_4 + \xi \eta a_5 + \eta^2 a_6 + \xi^2 \eta a_7 + \xi \eta^2 a_8 \quad (3.16)$$

u deplasmanı için bulunan şekil fonksiyonlarının v deplasmanı için de aynı olacağı açıktır. ξ ve η 'ya bağlı olan

$$u(\xi_i, \eta_i) = u_i \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (3.17)$$

u_i deplasmanı, referans elemanının 8 düğümü için:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ u_7 \\ u_8 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_1 & \eta_1 & \xi_1^2 & \xi_1 \eta_1 & \eta_1^2 & \xi_1^2 \eta_1 & \xi_1 \eta_1^2 \\ 1 & \xi_2 & \eta_2 & \xi_2^2 & \xi_2 \eta_2 & \eta_2^2 & \xi_2^2 \eta_2 & \xi_2 \eta_2^2 \\ 1 & \xi_3 & \eta_3 & \xi_3^2 & \xi_3 \eta_3 & \eta_3^2 & \xi_3^2 \eta_3 & \xi_3 \eta_3^2 \\ 1 & \xi_4 & \eta_4 & \xi_4^2 & \xi_4 \eta_4 & \eta_4^2 & \xi_4^2 \eta_4 & \xi_4 \eta_4^2 \\ 1 & \xi_5 & \eta_5 & \xi_5^2 & \xi_5 \eta_5 & \eta_5^2 & \xi_5^2 \eta_5 & \xi_5 \eta_5^2 \\ 1 & \xi_6 & \eta_6 & \xi_6^2 & \xi_6 \eta_6 & \eta_6^2 & \xi_6^2 \eta_6 & \xi_6 \eta_6^2 \\ 1 & \xi_7 & \eta_7 & \xi_7^2 & \xi_7 \eta_7 & \eta_7^2 & \xi_7^2 \eta_7 & \xi_7 \eta_7^2 \\ 1 & \xi_8 & \eta_8 & \xi_8^2 & \xi_8 \eta_8 & \eta_8^2 & \xi_8^2 \eta_8 & \xi_8 \eta_8^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

matris formunda veya kısaca

$$\{U_d\} = [P_d]\{a\} \quad (3.19)$$

olarak yazılabilir.

$$[P_d]_{ij} = P_i(\xi_j, \eta_j) , \quad \{U_d\} = [P_d] \{a\} , \quad \{a\} = [P_d]^{-1} \{U_d\} \quad (3.20)$$

$$u(\xi, \eta) = \underbrace{\{P(\xi, \eta)\}^T}_{\text{şekil fonksiyonları}} [P_d]^{-1} \{U_d\} \quad (3.21)$$

Burada herhangi bir noktadaki deplasman düğüm deplasmanlarına bağlı olarak yazılmıştır. Bu çarpım şekil fonksiyonlarını vermektedir. $[P_d]$ matrisi, referans elemanın düğüm koordinatlarına bağlı olarak teşkil edilmiştir.

$$[P_d] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$[P_d]$ matrisinin tersi Mathematica programı ile hesaplanmış olup aşağıda verilmektedir.

$$[P_d]^{-1} = \begin{bmatrix} -0,25 & 0,50 & -0,25 & 0,50 & -0,25 & 0,50 & -0,25 & 0,50 \\ 0 & 0 & 0 & 0,50 & 0 & 0 & 0 & -0,50 \\ 0 & -0,50 & 0 & 0 & 0 & 0,50 & 0 & 0 \\ 0,25 & -0,50 & 0,25 & 0 & 0,25 & -0,50 & 0,25 & 0 \\ 0,25 & 0 & -0,25 & 0 & 0,25 & 0 & -0,25 & 0 \\ 0,25 & 0 & 0,25 & -0,50 & 0,25 & 0 & 0,25 & -0,50 \\ -0,25 & 0,50 & -0,25 & 0 & 0,25 & -0,50 & 0,25 & 0 \\ -0,25 & 0 & 0,25 & -0,50 & 0,25 & 0 & -0,25 & 0,50 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Şekil fonksiyonları:

$$\{N(\xi, \eta)\}^T = \{P(\xi, \eta)\}^T [P_d]^{-1} \quad (3.24)$$

açık olarak ifade edilirse,

$$\{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8\}^T = \{1, \xi, \eta, \xi^2, \xi\eta, \eta^2, \xi^2\eta, \xi\eta^2\}^T [F_d]^{-1} \quad (3.25)$$

matrislerin çarpılması sonucu elde edilen şekil fonksiyonları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(-1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \xi + \eta) \\ N_2 &= \frac{1}{2}(-1 + \xi^2)(-1 + \eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(-1 + \eta)(1 - \xi + \eta) \\ N_4 &= \frac{1}{2}(1 + \xi)(1 - \eta^2) \\ N_5 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)(-1 + \xi + \eta) \\ N_6 &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta) \\ N_7 &= \frac{1}{4}(-1 + \xi)(1 + \eta)(1 + \xi - \eta) \\ N_8 &= \frac{1}{2}(-1 + \xi)(-1 + \eta^2) \end{aligned} \quad (3.26)$$

İzoparametrik elemanlarda geometrik şekil fonksiyonları ile interpolasyon şekil fonksiyonları aynıdır. Böylece, elemanın herhangi bir noktasındaki düşey ve yatay deplasmanlar da şekil fonksiyonlarına bağlı olarak

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i u_i \quad v = \sum_{i=1}^8 N_i v_i \quad (3.27)$$

düğüm deplasmanları yardımıyla hesaplanabilmektedir.

3.4. Eleman Rijitlik Matrisinin Hesabı

(3.7) denkleminde verilen uzama oranları ile deplasmanlar arasındaki ilişki aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_z \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

(3.28) de verilen uzama oranları ile deplasmanlar arasındaki ilişki şekil fonksiyonları cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\{\epsilon\} = \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{N_i}{r} & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 [B_i] \{d_i\} \quad (3.29)$$

Burada, i düğümü için $[B_i]$ ve $\{d_i\}$, sırasıyla;

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{N_i}{r} & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} ; \quad \{d_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

ve tüm eleman için:

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_8 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$\{d_i\}^T = \{u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3, u_4, v_4, u_5, v_5, u_6, v_6, u_7, v_7, u_8, v_8\} \quad (3.32)$$

şeklinde yazılmaktadır. Bu ifadede şekil fonksiyonlarının r ve z 'ye göre kısmi türevleri gözükmemektedir. Bunların hesabı için öncelikle şekil fonksiyonlarının sırasıyla, ξ ve η 'ya göre kısmi türevleri zincir kuralına göre:

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi} \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \eta} \quad (3.34)$$

olarak hesaplanmaktadır. Türevler matris notasyonu ile,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

şeklinde yazılacaktır. Burada $[J]$, gerçek eleman ile referans eleman arasında geçişi sağlayan Jacobian dönüşüm matrisidir. Şekil fonksiyonları ve bunların ξ ve η 'ya göre türevleri aşağıdaki çizelgede toplu olarak verilmiştir.

Çizelge 3.1. Şekil fonksiyonları ve bunların ξ ve η 'ya göre türevleri

i	$\{N_i\}$	$\left\{\frac{\partial N_i}{\partial \xi}\right\}$	$\left\{\frac{\partial N_i}{\partial \eta}\right\}$
1	$\frac{1}{4}(-1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \xi + \eta)$	$\frac{1}{4}(1 - \eta)(2\xi + \eta)$	$\frac{1}{4}(1 - \xi)(\xi + 2\eta)$
2	$\frac{1}{2}(-1 + \xi^2)(-1 + \eta)$	$(-1 + \eta)\xi$	$\frac{1}{2}(-1 + \xi^2)$
3	$\frac{1}{4}(1 + \xi)(-1 + \eta)(1 - \xi + \eta)$	$\frac{1}{4}(1 - \eta)(2\xi - \eta)$	$\frac{1}{4}(1 + \xi)(2\eta - \xi)$
4	$\frac{1}{2}(1 + \xi)(1 - \eta^2)$	$\frac{1}{2}(1 - \eta^2)$	$-\eta(1 + \xi)$
5	$\frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)(-1 + \xi + \eta)$	$\frac{1}{4}(1 + \eta)(2\xi + \eta)$	$\frac{1}{4}(1 + \xi)(2\eta + \xi)$
6	$\frac{1}{2}(\xi^2 - 1)(1 + \eta)$	$(1 + \eta)\xi$	$\frac{1}{2}(\xi^2 - 1)$
7	$\frac{1}{4}(-1 + \xi)(1 + \eta)(1 + \xi - \eta)$	$\frac{1}{4}(1 + \eta)(2\xi - \eta)$	$\frac{1}{4}(\xi - 1)(2\eta - \xi)$
8	$\frac{1}{2}(1 - \xi)(1 - \eta^2)$	$-\frac{1}{2}(1 - \eta^2)$	$-\eta(1 - \xi)$

Jacobian dönüşüm matrisi, Çizelge 3.1 de verilen türevler yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} r_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} r_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Şekil fonksiyonlarının (r, z) koordinatlarına göre türevleri ise,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} \frac{\partial z}{\partial \eta} & -\frac{\partial z}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial r}{\partial \xi} \end{bmatrix}}_{[J]^* = [J]^{-1}} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Burada $\det[J]$, Jacobian matrisinin determinanı ve $[J]^*$ ise Jacobian matrisinin tersidir. (3.37) ifadesinde bulunan, şekil fonksiyonlarının kartezyen koordinatlara göre kısmi türevleri:

$$\frac{\partial N_i}{\partial r} = J_{11}^* \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + J_{12}^* \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial z} = J_{21}^* \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + J_{22}^* \frac{\partial N_i}{\partial \eta}$$

ifadelerinden elde edilir. Bu ifadeler (3.30) bağıntısında yerlerine yazılırsa $[B]$ şekil değiştirme matrisi aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$[B_i] = \begin{bmatrix} J_{11}^* & J_{12}^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{21}^* & J_{22}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/r & 0 \\ J_{21}^* & J_{22}^* & J_{11}^* & J_{12}^* & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ N_i & 0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Eleman rijitlik matrisi:

$$[k_e] = \iint_{A_e} \left\{ \int_0^{2\pi} [B]^T [C] [B] r d\theta \right\} dr dz \quad (3.40)$$

integralinden hesaplanmaktadır. Ayrıca (r, z) koordinatlarındaki elemanter bir alan (dA), Jacobian dönüşümü yardımıyla,

$$dA = r dr dz = \det[J] d\xi d\eta \quad (3.41)$$

(3.40) ifadesiyle verilen eleman rijitlik matrisi, θ üzerinde $(0, 2\pi)$ arasında integral alınırsa aşağıdaki gibi olur:

$$[k_e] = 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [C] [B] r \det[J] d\xi d\eta \quad (3.42)$$

3.5. Eleman Yük Vektörünün Hesabı

3.5.1. Hacim Yükleri

Hacim yükleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\{f_b\} = \iint_{A_0} \left\{ \int_0^{2\pi} [N]^T \{f\} r d\theta \right\} dr dz \quad (3.43)$$

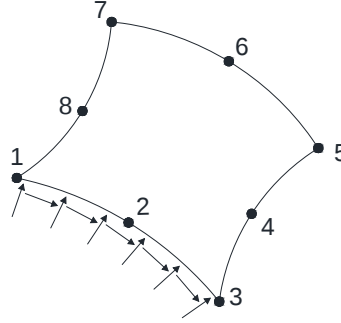
(3.43) ifadesiyle verilen eleman hacim yük vektörü, θ üzerinde $(0, 2\pi)$ arasında integral alınırsa aşağıdaki gibi olur. Burada g yerçekimi ivmesini göstermektedir.

$$\{f_e\} = \rho g 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [N]^T \{f\} r \det[J] d\xi d\eta \quad (3.44)$$

3.5.2. Elemanın Kenarlarına Etkiyen Normal ve Teğetsel Yükler

$$\{f_e\} = \int_{L_e} \left\{ \int_0^{2\pi} [N]^T \{T\} r d\theta \right\} dl \quad (3.45)$$

(3.45) ifadesiyle verilen eleman kenarlarına etkiyen normal ve teğetsel yüklerin θ üzerinde $(0, 2\pi)$ arasında integral alınırsa yük vektörü aşağıdaki gibi olur:



Şekil 3.5 Parabolik kenara etkiyen normal ve teğetsel yükler

$$\{f_s\} = 2\pi \int_{-1}^{+1} \{N\}^T \{T\} r \frac{L_e}{2} d\xi \quad (3.46)$$

Buna göre hacim ve eleman sınırına etkiyen yayılı yüklerden oluşan eleman düğüm yük aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$\{F_s\} = \rho g 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \{N\}^T \{f\} r \det[J] d\xi d\eta + 2\pi \int_{-1}^{+1} \{N\}^T \{T\} r \frac{L_e}{2} d\xi \quad (3.47)$$

Burada L_e , elemanın yayılı yüklü kenarının uzunluğudur.

3.6. Eleman Kütle Matrisinin Oluşturulması

Dağıtılmış kütleli bir katı cisim ele alındığında kinetik enerji aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$T = \frac{1}{2} \int_V \dot{u}^T \dot{u} \rho dV \quad (3.48)$$

Burada ρ birim hacim kütlesi ve

$$\dot{\mathbf{u}} = [\dot{\mathbf{u}}, \dot{\mathbf{v}}]^T \quad (3.49)$$

herhangi bir noktadaki hız vektörünü göstermektedir. Sonlu elemanlar yönteminde $\{\mathbf{u}\}$ şekil fonksiyonları ve düğüm deplasmanları cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\{\mathbf{u}\} = [\mathbf{N}]\{\mathbf{d}\} \quad (3.50)$$

Dinamik analizde $\{\mathbf{d}_e\}$, düğüm deplasmanların vektörü zamana bağlı olup, hız vektörü aşağıdaki gibi olur.

$$\{\dot{\mathbf{u}}\} = [\mathbf{N}]\{\dot{\mathbf{d}}_e\} \quad (3.51)$$

(3.51) ifadesi (3.48) ifadesinde yerine yazılırsa kinetik enerji

$$T_e = \frac{1}{2} \{\dot{\mathbf{d}}\}^T \left[\int_v \rho \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dV \right] \{\dot{\mathbf{d}}_e\} \quad (3.52)$$

olarak elde edilir. Burada

$$[\mathbf{m}_e] = \int_v \rho \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dV \quad (3.53)$$

olup, Şekil (3.2)'den dV ifadesi

$$dV = r d\theta dr dz = r d\theta dA \quad (3.54)$$

olarak elde edilir. Buna göre (3.53) ifadesi düzenlenirse

$$[m_e] = \iint_{A_e} \left\{ \int_0^{2\pi} \rho \{N\}^T \{N\} r d\theta \right\} dr dz \quad (3.55)$$

ve (3.45) ifadesiyle verilen eleman kütle matrisi, θ üzerinde $(0, 2\pi)$ arasında integral alınırsa aşağıdaki gibi olur.

$$[m_e] = \rho \, 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \{N\}^T \{N\} r \, \text{Det}[J] \, d\xi d\eta \quad (3.56)$$

Eleman kütle ve rijitlik matrisleri ile yük vektörü ifadelerinin integralleri standart Gauss sayısal integral yöntemi ile hesaplanmaktadır. Bu yöntemle göre integraller aşağıdaki denklem ile elde edilir.

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{G}(\xi, \eta) \, d\xi d\eta &= \int_{-1}^{+1} \left[\int_{-1}^{+1} \mathbf{G}(\xi, \eta) \, d\eta \right] d\xi \\ &\cong \int_{-1}^{+1} \left[\sum_{j=1}^N \mathbf{G}(\xi, \eta_j) w_j \right] d\xi \\ &\cong \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \mathbf{G}(\xi_i, \eta_j) w_i w_j \end{aligned} \quad (3.57)$$

(3.57) denkleminde $\mathbf{G}(\xi, \eta)$ ifadesi rijitlik matrisi için aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{G}(\xi, \eta) = [\mathbf{B}]^T [\mathbf{C}] [\mathbf{B}] r \, \text{Det}[J] \quad (3.58)$$

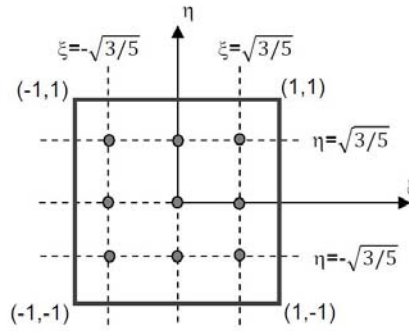
(3.57) denkleminde $\mathbf{G}(\xi, \eta)$ ifadesi kütle matrisi için aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{G}(\xi, \eta) = \{N\}^T \{N\} r \, \text{Det}[J] \quad (3.59)$$

(3.57) denkleminde $\mathbf{G}(\xi, \eta)$ ifadesi düğüm yük vektörü için aşağıda verilmiştir.

$$\mathbf{G}(\xi, \eta) = \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{f}\} r \text{Det}[\mathbf{J}] \quad (3.60)$$

(3.57) denkleminde M ve N sırasıyla ξ ve η doğrultularındaki Gauss noktası sayısıdır. Şekil 3.6'da 3x3 Gauss noktası için integrasyon noktalarının yerleri gösterilmiş, Çizelge 3.2'de integrasyon noktası koordinatları ve integrasyon ağırlık değerleri verilmiştir.



Şekil 3.6 Gauss integrasyon noktaları

Çizelge 3.2 Gauss integrasyon noktası koordinatları ve ağırlık değerleri

Gauss Noktası Sayısı	İntegrasyon Nokta Koordinatları ξ_i, η_j	İntegrasyon Ağırlık Değerleri w_i, w_j
3 x 3	0.00	8/9
	$\pm \sqrt{3/5}$	5/9

3.7. Hareket Denkleminin Oluşturulması

Langrangean aşağıdaki gibi tanımlanırsa:

$$\mathbf{L} = \mathbf{T} - \mathbf{\Pi} \quad (3.61)$$

Burada T, kinetik enerjiyi ve Π , potansiyel enerjiyi ifade etmektedir.

(3.1) denkleminde verilen potansiyel enerji ifadesi düzenlenirse;

$$\begin{aligned}\Pi &= \sum_e \Pi_e = \sum_e \frac{1}{2} \{d_e\}^T [k_e] \{d_e\} - \{d_e\}^T \{f_e\} \\ \Pi &= \frac{1}{2} \{d\}^T [K] \{d\} - \{d\}^T [F]\end{aligned}\quad (3.62)$$

Burada $\{d\}$, sistem deplasman vektörü, $[K]$, sistem rijitlik matrisi ve $\{F\}$ sistem yük vektörüdür. (3.48) denkleminde verilen kinetik enerji ifadesi düzenlenirse:

$$T = \sum_e T_e = \sum_e \frac{1}{2} \{d_e\}^T [m_e] \{d_e\} = \frac{1}{2} \{\dot{d}\}^T [M] \{\dot{d}\} \quad (3.63)$$

Langrangean kullanıldığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$L = T - \Pi = \frac{1}{2} \{\dot{d}\}^T [M] \{\dot{d}\} - \frac{1}{2} \{d\}^T [K] \{d\} + \{d\}^T \quad (3.64)$$

Burada $\{\dot{d}\}$, sistem hız vektörü ve $[M]$ sistem kütle matrisidir.

Hamilton Prensipleri: Langrangean'ın $\langle t_1, t_2 \rangle$ gibi keyfi bir zaman aralığında integrali alınır,

$$I = \int_{t_1}^{t_2} L \, dt \quad (3.65)$$

Eğer L deplasman ve hız cinsinden tanımlanan bir fonksiyon ise, hareket denklemini aşağıdaki gibi olur. Bu denklem Euler – Langrange hareket denklemleri olarak anılır.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{d}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial d_i} = 0 \quad (3.66)$$

Bunun sonucu olarak sistem sönümsüz hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$[M]\{\ddot{d}\} + [K]\{d\} = \{F\} \quad (3.67)$$

3.7.1. Hareket Denkleminin Laplace Dönüşümü

Hareket denkleminin sağ tarafı çeşitli tiplerde zamanla değişen dinamik dış yüklerden oluşabilir. Zamana bağlı bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü, $\bar{F}(s)$,

$$L[f(t)] = \bar{F}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (3.68)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada s , Laplace dönüşüm parametresini göstermektedir. Zamana göre birinci ve ikinci mertebeden türevlerin Laplace dönüşümleri kapalı olarak

$$L[\dot{f}(t)] = s\bar{F}(s) - f(0) \quad (3.69)$$

$$L[\ddot{f}(t)] = s^2\bar{F}(s) - s f(0) - \dot{f}(0) \quad (3.70)$$

şeklinde yapılmaktadır. Zamanla keyfi olarak değişen dış yükler altında sistem hareket denkleminin Laplace dönüşümü (3.68), (3.69) ve (3.70) tarifleri yardımıyla,

$$s^2[M]\{\bar{d}\} - s[M]\{d(0)\} - [M]\{\dot{d}(0)\} + [K]\{\bar{d}\} = \{F\} \quad (3.71)$$

şeklinde yapılmaktadır. Burada, $\{\bar{d}\}$ ve $\{F\}$ sırasıyla, sistem deplasman ve yük vektörlerinin Laplace dönüşümlerini temsil eder. $\{d(0)\}$ ve $\{\dot{d}(0)\}$ ise başlangıç deplasman ve hız vektörlerini göstermektedir. (3.71) ifadesi yeniden düzenlenirse,

zamanla keyfi olarak değişen yükler altında lineer elastik bir cismin hareket denklemi,

$$(s^2[M] + [K])\{\bar{d}\} - s[M]\{d(0)\} - [M]\{\dot{d}(0)\} = \{F\} \quad (3.72)$$

olarak elde edilir. Bu denklem daha basit olarak,

$$[K]\{\bar{d}\} = \{F\} + \{F_0\} \quad (3.73)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $[K]$ dönüşmüş uzayda dinamik rijitlik matrisi ve $\{F_0\}$ başlangıç koşulları nedeniyle yük vektörüne gelen katkı olup, aşağıdaki şekilde yazılabilirler;

$$[K] = s^2[M] + [K], \quad \{F_0\} = s[M]\{d(0)\} + [M]\{\dot{d}(0)\} \quad (3.74)$$

Bu çalışmada başlangıç koşulları sıfır alınmaktadır.

3.7.2. Sönüm Etkisi

Viskoelastik sistemlerde elastik-viskoelastik analojisi yardımıyla sönüm etkisi dikkate alınabilmektedir (Boley ve Weiner, 1960). Kelvin tipi viskoelastik model için bünye ifadesi aşağıda verilmektedir.

$$s_{ij} = 2G \left(e_{ij} + g \frac{d e_{ij}}{dt} \right) \quad (3.75)$$

Burada G , kayma modülü, g malzemenin viskoz sönüm oranıdır. Deviatorik gerilme tansörü, S_{ij} , ve deviatorik şekil değiştirme tansörü, e_{ij} , gerilme ve şekil değiştirme tansörünün deviatorik bileşenleri σ_{ij} ve ϵ_{ij} yardımı ile tanımlanır.

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{1}{3} \sigma_{kk} \quad , \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \quad (3.76)$$

Burada, δ_{ij} , Kronecker delta birim matrisin bileşenlerini göstermektedir. Viskoelastik çözüm, elastik-viskoelastik analojisi yardımıyla Laplace uzayında elastik sabitlerin kompleks karşılıkları ile yer değiştirmesinden elde edilmektedir (Boley ve Weiner, 1960; Temel ve ark., 2004).

$$E_v = E(1 + gs) \quad , \quad G_v = G(1 + gs) \quad (3.77)$$

Burada E_v ve G_v viskoelastik malzeme sabitleri ve s Laplace dönüşüm parametresidir.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde eksenel dönel simetrik geometriye ve yüklemeye sahip kabuklara ait statik ve dinamik yükleme durumları için üç örnek problem ele alınacaktır. Bir önceki bölümde anlatılan sonlu elemanlar yöntemine göre eksenel dönel simetrik kabukların statik ve dinamik analizlerini yapmak amacıyla FORTRAN programlama dilinde bilgisayar programları hazırlanmıştır. Her iki hal için sonlu elemanlara ait rijitlik matrisi, kütle matrisi ve yük vektörleri oluşturulmakta, kodlama tekniği ile bant tipinde sistem matrisleri ve sistem yük vektörleri teşkil edilmektedir. Dinamik analizleri yapmak amacıyla hazırlanan programda; 8 düğümlü eleman modeli kullanılarak, sonlu elemanlar metodu ile elde edilen hareket denklemini Laplace dönüşüm uygulanarak dinamik problem statik hale dönüştürülmektedir. Böylece Laplace uzayında elde edilen lineer cebrik denklem takımı Gauss eliminasyon metodu ile çözülerek bir dizi Laplace parametresine bağlı sonuçlar elde edilmektedir. Laplace uzayından zaman uzayına geçiş için Durbin'in modifiye edilmiş ters Laplace dönüşüm metodu uygulanmıştır (Durbin, 1974; Narayanan, 1979; Temel, 2003 ; Pekel ve ark., 2011). Durbin'in modifiye edilmiş ters Laplace dönüşüm metodu Ek-1'de verilmiştir. Bu çalışmada, eksenel simetrik yüklemeye maruz üç boyutlu eksenel simetrik cisimler veya eksenel dönel simetrik kabuklar ile ilgili problemler, iki boyutlu basit düzlemsel problemler olarak ele alınabilmektedir.

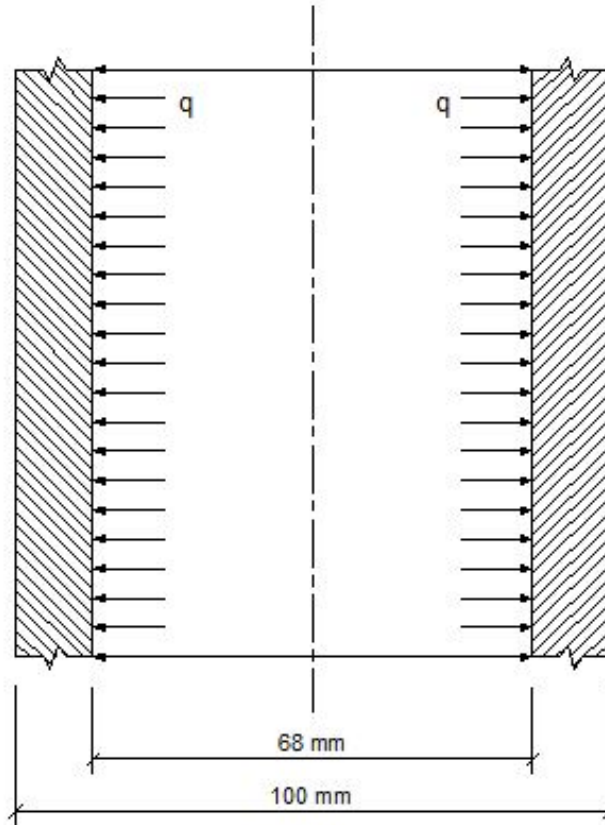
Bu çalışmada farklı yüklemeler için eksenel dönel simetrik yüklemeye sahip olan kalın silindir, kalın plak ve kalın kubbe gibi eksenel dönel simetrik problemler ele alınıp, sönümlü (viskoelastik) ve sönümsüz (elastik) durumlar için çözümler yapılmıştır. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, ANSYS (ki bu programda hareket denklemini Newmark yöntemi ile çözülmektedir). paket programından elde edilen deplasmanlar ve gerilmeler ile karşılaştırılıp, her örneğin sonuçları grafikler üzerinde verilmiştir. FORTRAN programlama dilinde yazılan programların kullanma kılavuzları EK-2 ve EK-3'te verilmiştir. Veri dosyalarındaki bilgiler serbest formatla okutulmaktadır.

Daha iyi bir sonuç elde edebilmek için problemler kalınlık yönünde en az iki elemana bölünmelidir. Bu tezde, problemlerin kalınlıkları boyunca üç elemana

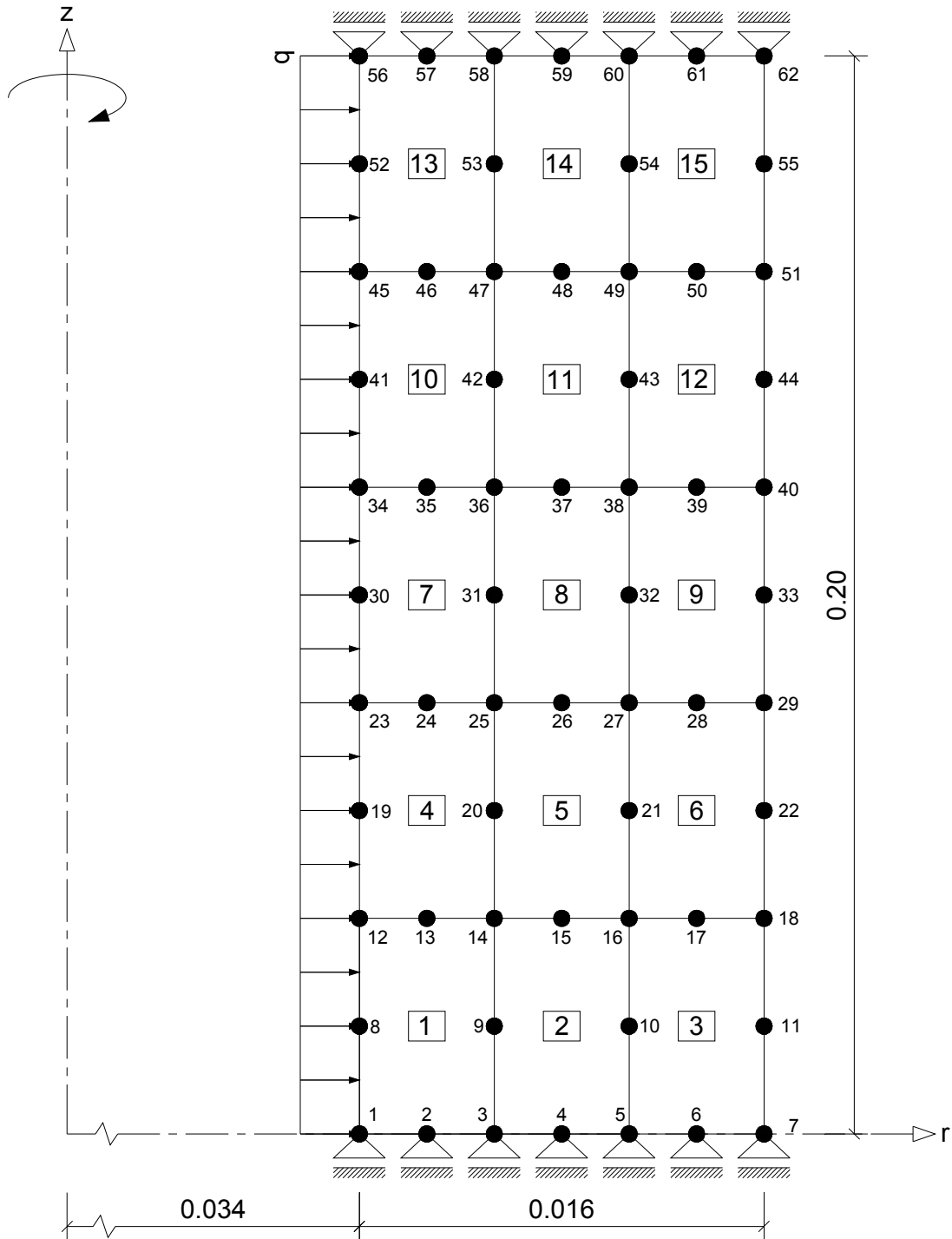
bölünmesi yeterli görülmüştür. Üç elemandan daha fazla elemana bölünmesi, sonucu değiştirmeyip, işlem yükünü artırmaktadır.

4.1. İç Kenarına Düzgün Yük Etkiyen Silindir

Bu uygulamada iç yüzeyinde düzgün yayılı yük bulunan silindir ele alınacaktır. Silindir için boyutlar: et kalınlığı, $t = 0.016$ m; yarı çapı, $r = 0.034$ m ve yüksekliği, $h = 0.2$ m; Poisson oranı, $\nu = 0.3$, kütleli yoğunluğu, $\rho = 7850$ kg/m³ ve Elastisite Modülü, $E = 2 \times 10^{11}$ N/m² alınmış olup, iç yüzeyine $q = 1 \times 10^6$ N/m² şiddetinde düzgün basınç etki etmektedir. Silindirin geometrisi Şekil 4.1.'de gösterilmiştir. Bu problem ile ilgili sonlu eleman ağı ise Şekil 4.2.'de verilmiştir. Bu çalışmada bulunan değerler ANSYS ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.1. Silindirin geometrisi



Şekil 4.2. Silindir için sonlu eleman ağı

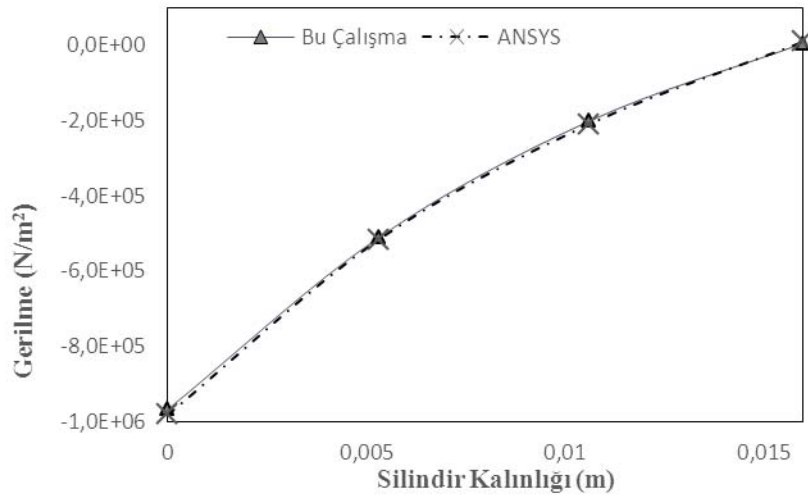
4.1.1. Statik Yük Durumu

Statik yükleme halinde silindir problemi bu çalışmada hazırlanan program ve ANSYS ile çözülüp, silindir kalınlığının ortasında deplasman değerleri ve silindirin kalınlığı boyunca gerilme dağılımları karşılaştırılmıştır.

Çizelge 4.1. Silindir kalınlığının ortasında yatay deplasmanların karşılaştırılması

Düğüm No	Bu çalışma	ANSYS
	u (m)	u(m)
4	0.42671E-6	0.42671E-6
15	0.42671E-6	0.42671E-6
26	0.42671E-6	0.42671E-6
37	0.42671E-6	0.42671E-6
48	0.42671E-6	0.42671E-6
59	0.42671E-6	0.42671E-6

Çizelge incelendiğinde, bu çalışmada elde edilen deplasman değerleri ile ANSYS'in verdiği deplasman değerlerinin çakıştığı görülmektedir.

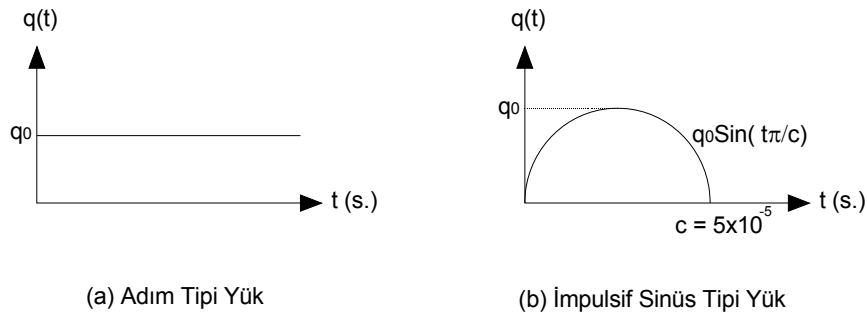


Şekil 4.3. Statik yükleme altında silindirin kalınlığı boyunca σ_r gerilmesinin dağılımı

Grafikten sonuçların birbirine çok yakın olduğu görünmektedir.

4.1.2. Dinamik Yük Durumu

Dinamik yüklemeler halinde silindir problemi bu çalışmada hazırlanan program ve ANSYS ile çözülüp, silindir kalınlığının ortasında deplasmanın ve gerilmenin zamanla değişimi grafik üzerinde karşılaştırılmıştır. Dinamik yükleme, aşağıda verilen yük fonksiyonları için hem sönümlü hem de sönümsüz olarak uygulanmıştır.

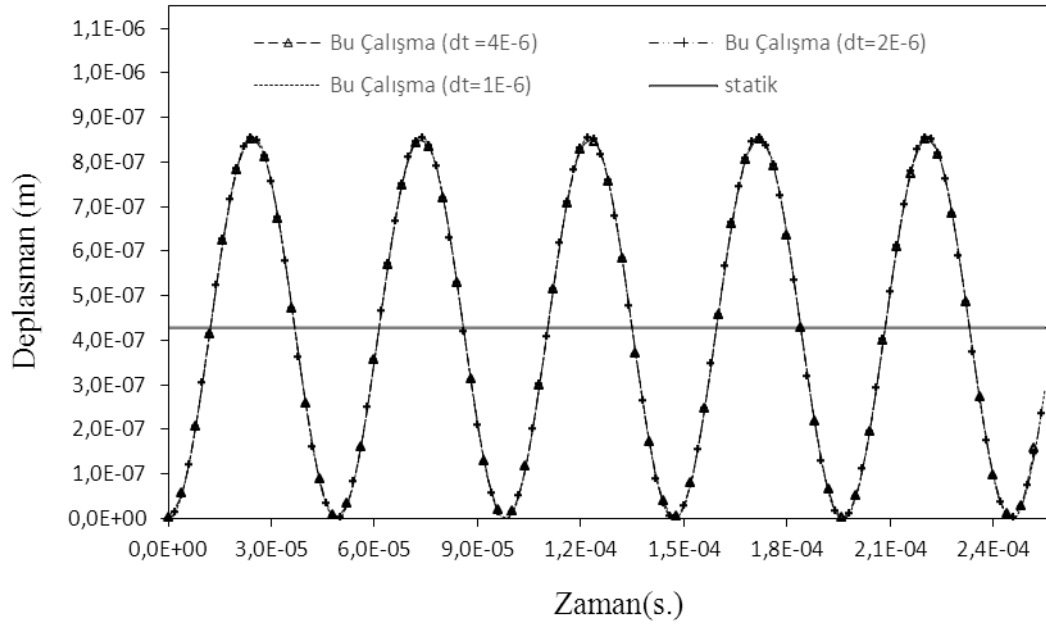


Şekil 4.4. Dinamik yük fonksiyonları ($q_0 = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$)

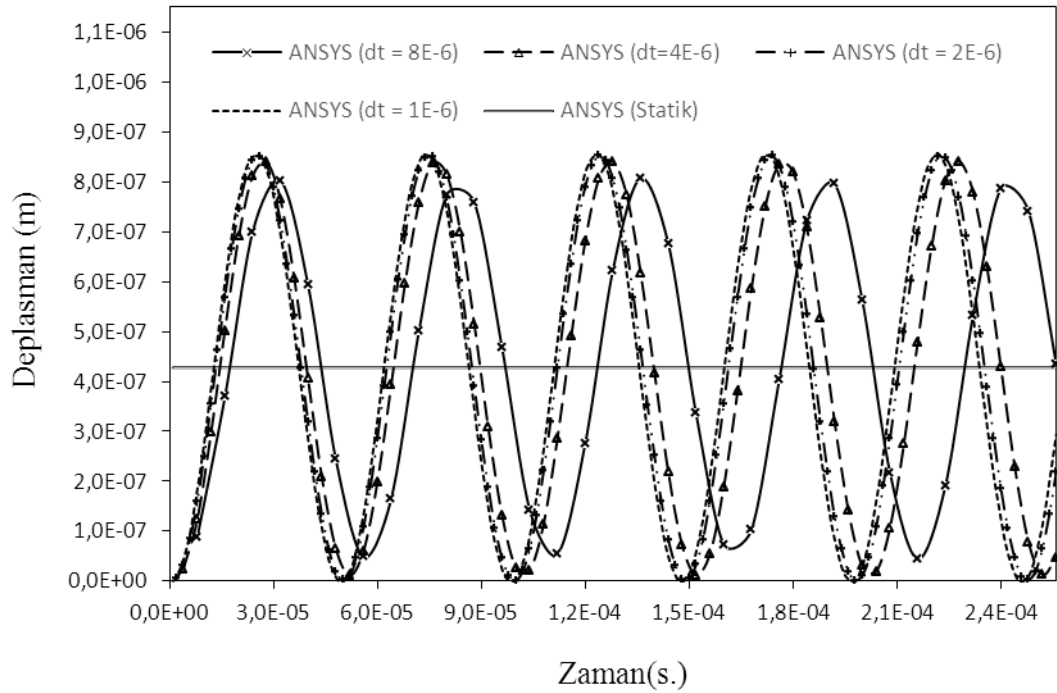
4.1.2.1. Adım Tipi Yükleme Durumu

Farklı zaman artırımları için Laplace uzayında elde edilen çözümler ile ANSYS paket programından elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Deplasmanların karşılaştırılmasında 37 nolu düğüm kullanılmıştır.

Bu çalışmada farklı adım sayılarına göre deplasman ve gerilmelerin zamana bağlı değişimleri elde edilmiştir. Bu problemin çözümü 64 adım ($dt=4.0E-6s.$), 128 adım ($dt=2.0E-6s.$) ve 256 adım ($dt=1.0E-6s.$) için yapılmıştır. Çözümlerden elde edilen grafikler aşağıda karşılaştırılmıştır.

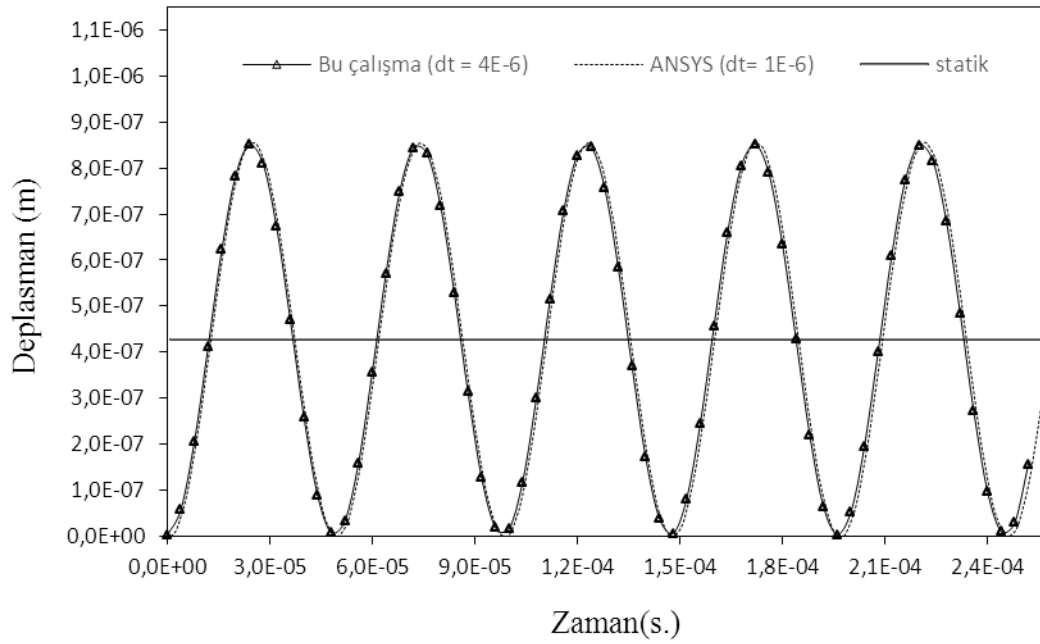


Şekil 4.5.Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.6.Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi

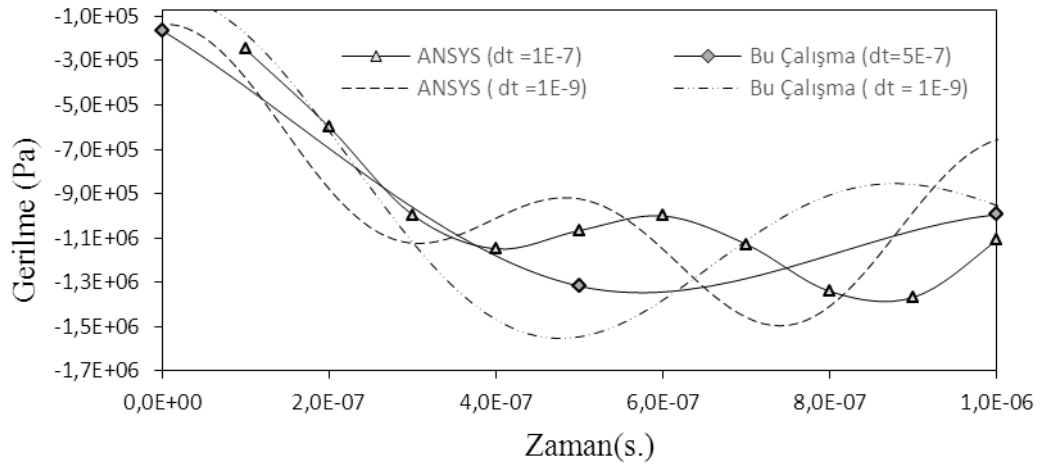
Şekil 4.5.'te görüldüğü gibi, Laplace uzayında farklı zaman artım miktarları kullanılarak elde edilen değerler birbiri ile örtüşmektedir. Ancak şekil 4.6.'da görüldüğü gibi Newmark metodu ile ANSYS programından elde edilen sonuçlar, zaman artımına karşı çok hassas olup, tutarlı sonuç bulabilmek için zaman artımının çok küçük seçilmesi gerekmektedir.



Şekil 4.7. Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması

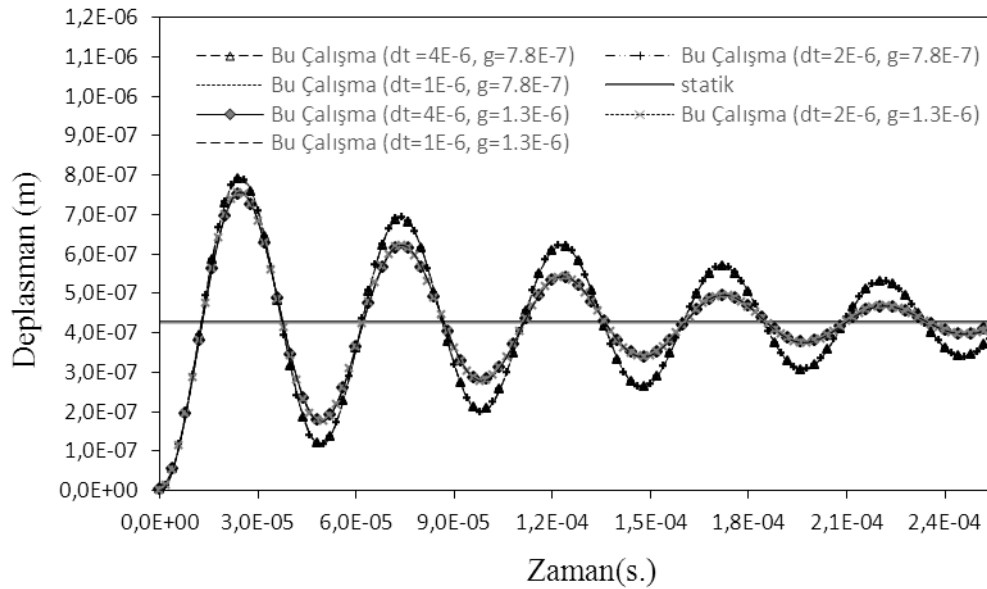
Şekil 4.7.'nin incelenmesinden, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.000004s.) kullanılarak elde edilen değerler ile, zaman uzayında sık zaman artımı (0.000001s.) kullanılarak ANSYS yardımı ile elde edilen değerlerin birbiri ile örtüştüğü görülmüştür.

Şekil 4.8.'de silindirin iç kısmındaki gerilmeler karşılaştırılmıştır. Şekil 4.3.'te de görüldüğü gibi statik durumda ANSYS ile elde edilen gerilmeler ile bu çalışma sonucu elde edilen gerilmelerin birbirine çok yakın olmasına rağmen dinamik durumda bu yakınlık görülememektedir. Gerilmenin karşılaştırılması için 34 nolu düğüm noktası kullanılmıştır.

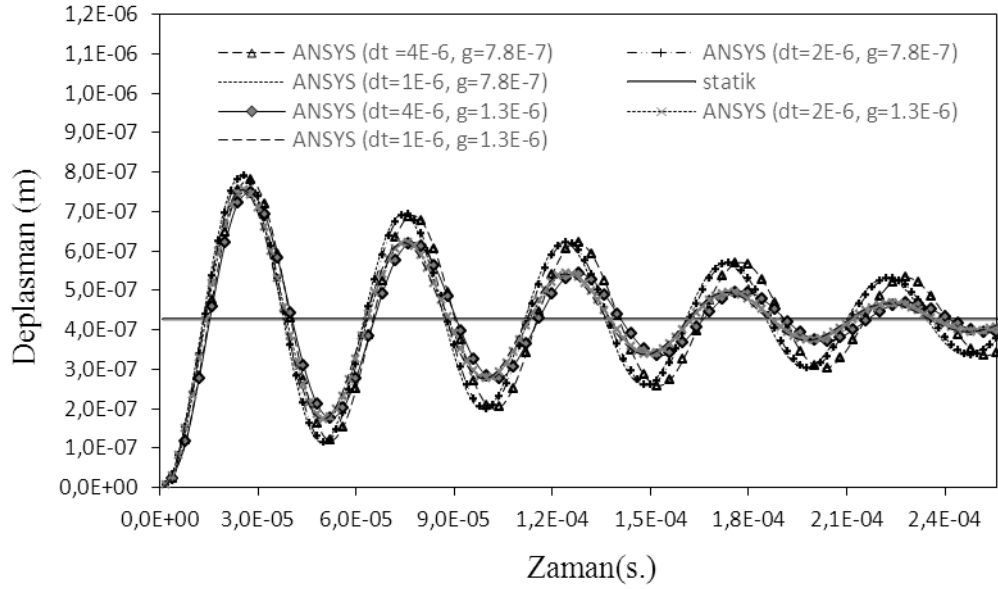


Şekil 4.8.Silindirin 34 Nolu düğümü için σ_r gerilmesinin zamanla değişimi

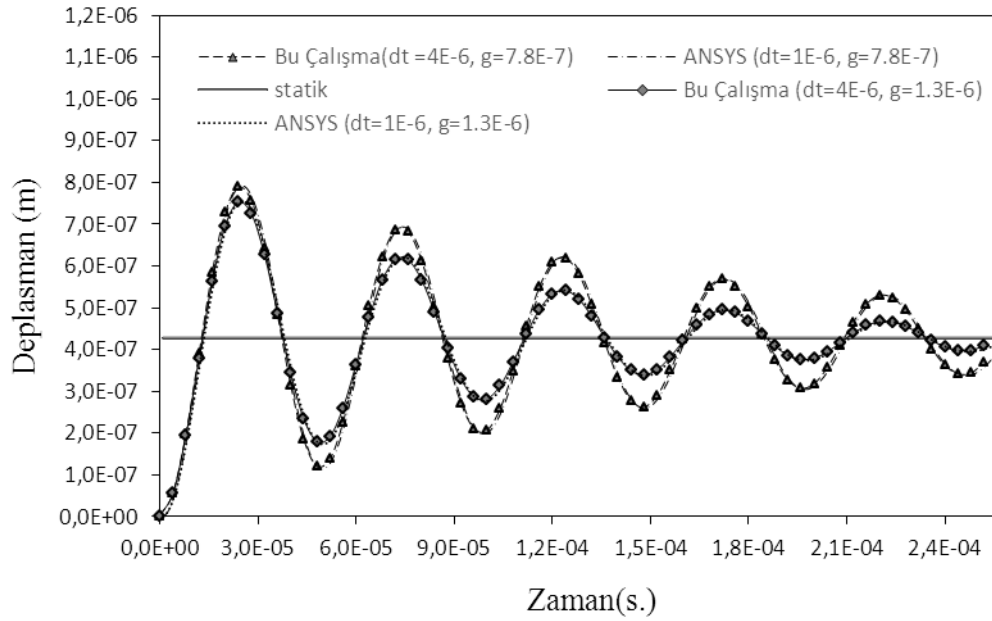
$g = 7.8E-7$ ve $g = 1.3E-6$ viskoz sönüm oranları için sistemin viskoelastik analizi yapılmış olup, deplasmanın zamanla değişim Şekil 4.9. - 4.11. üzerinde gösterilmiştir. Sonuçlar silindir kalınlığının ortasındaki 37 nolu düğüm noktası için verilmiştir.



Şekil 4.9.Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.10. Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.11. Adım tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması

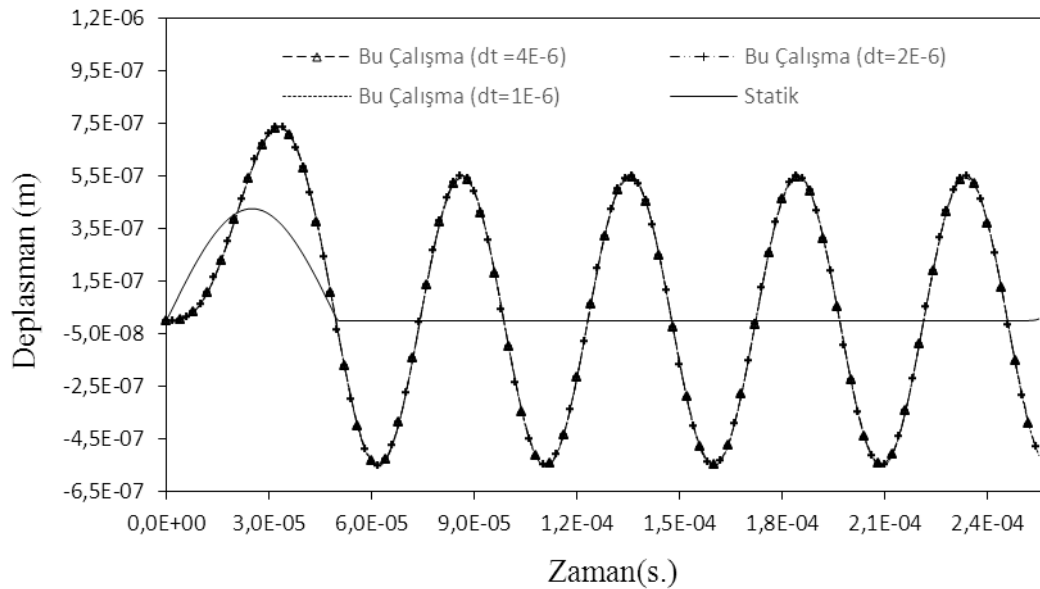
ANSYS’de kullanılan yapısal sönüm oranı (ξ) ile bu çalışmada kullanılan viskoz sönüm oranı (g) arasındaki ilişki $g = 2\xi/\omega_1$ şeklindedir. Burada ω_1 , yapının birinci doğal titreşim frekansıdır.

Çeşitli sönüm oranları için viskoelastik dinamik analizler yapılmış olup, deplasmanların zamanla değişimleri Şekil 4.9. – 4.11. üzerinde gösterilmiştir. Beklendiği gibi viskoelastik durumda deplasmanlara ait salınımlar zamanla statik değere yaklaşarak kaybolmakta, sönüm oranları artıkça titreşim genlikleri statik değere daha çabuk yaklaşmaktadır.

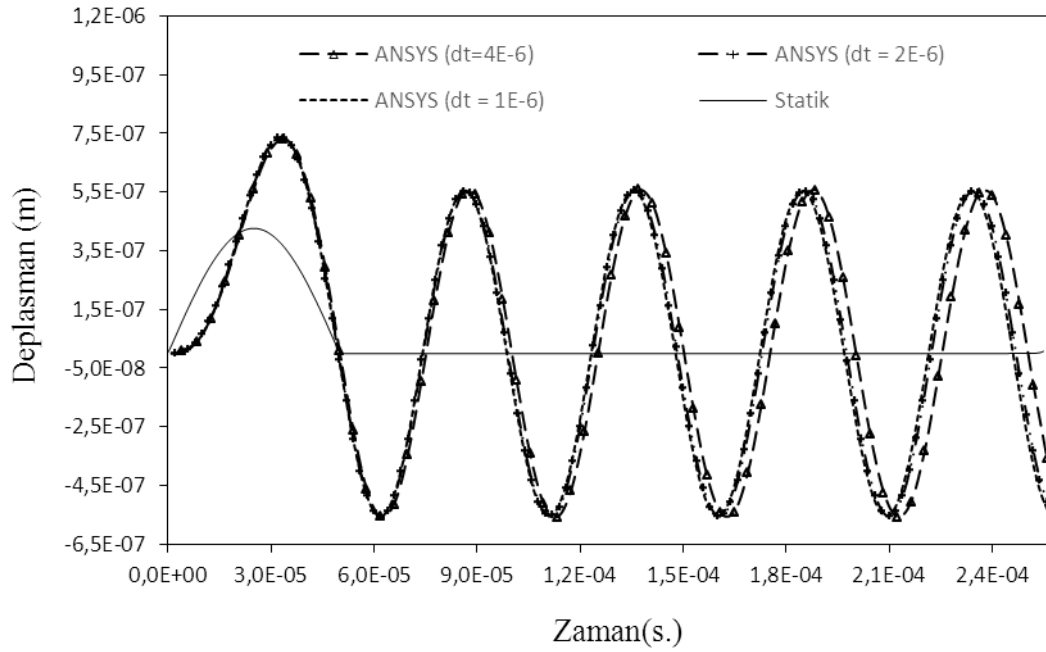
4.1.2.2. İmpulsif Sinüs Tipi Yükleme Durumu

Adım tipi yükleme durumunda olduğu gibi farklı zaman artımları için Laplace uzayında elde edilen deplasmanların ile ANSYS paket programından elde edilen deplasmanların zamanla değişimi karşılaştırılmıştır.

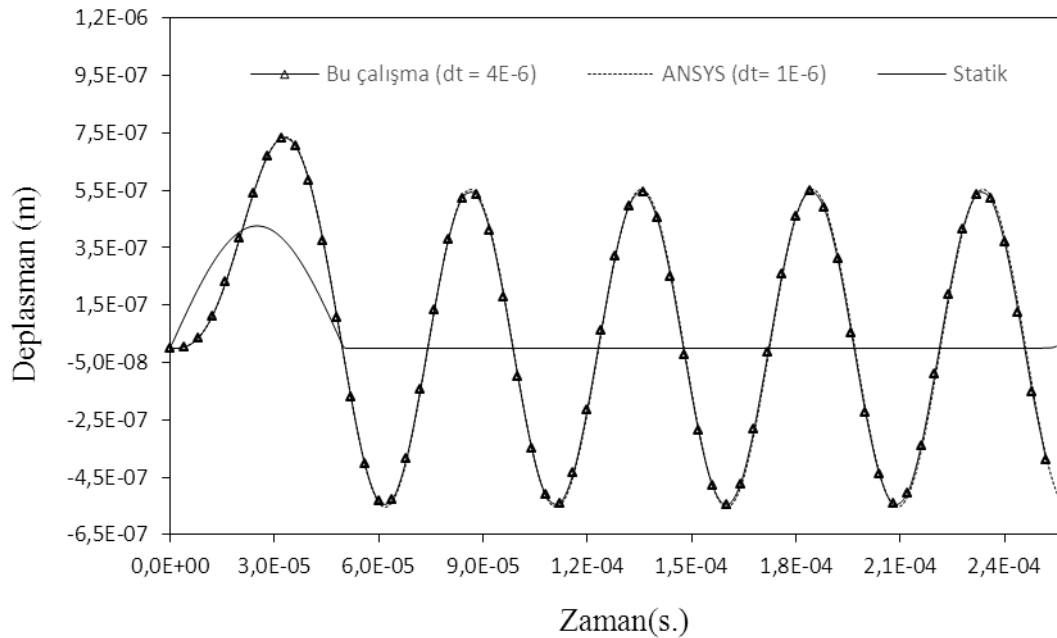
Bu problemin çözümü 64 adım ($dt=4.0E-6s.$), 128 adım ($dt =2.0E-6s.$) ve 256 adım ($dt = 1.0E-6s.$) için yapılmıştır. Çözümlerden elde edilen grafikler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.12.İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.13.İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi

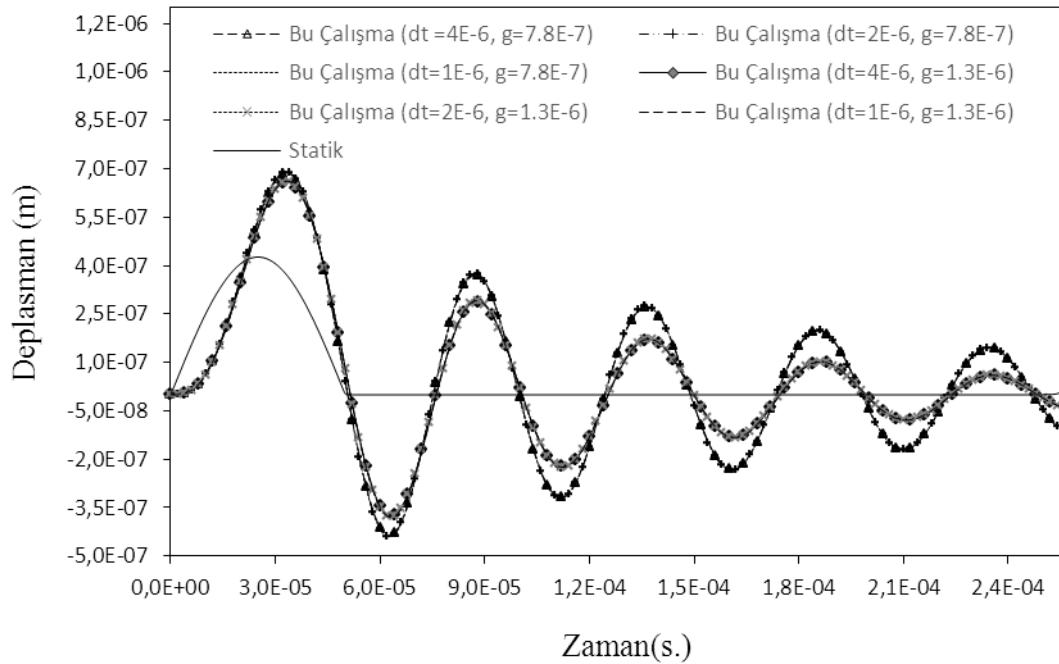


Şekil 4.14.İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması

Adım tipi yüklemeye benzer şekilde 4.12.'de görüldüğü gibi, Laplace uzayında çeşitli zaman artım miktarları kullanılarak elde edilen deplasman değerleri birbiri ile örtüşmektedir. Ancak şekil 4.13.'te görüldüğü gibi Newmark metodu ile ANSYS programından elde edilen sonuçlar zaman artım miktarına karşı çok hassas olup, tutarlı sonuç alabilmek için zaman artım miktarının çok küçük seçilmesi gerekmektedir.

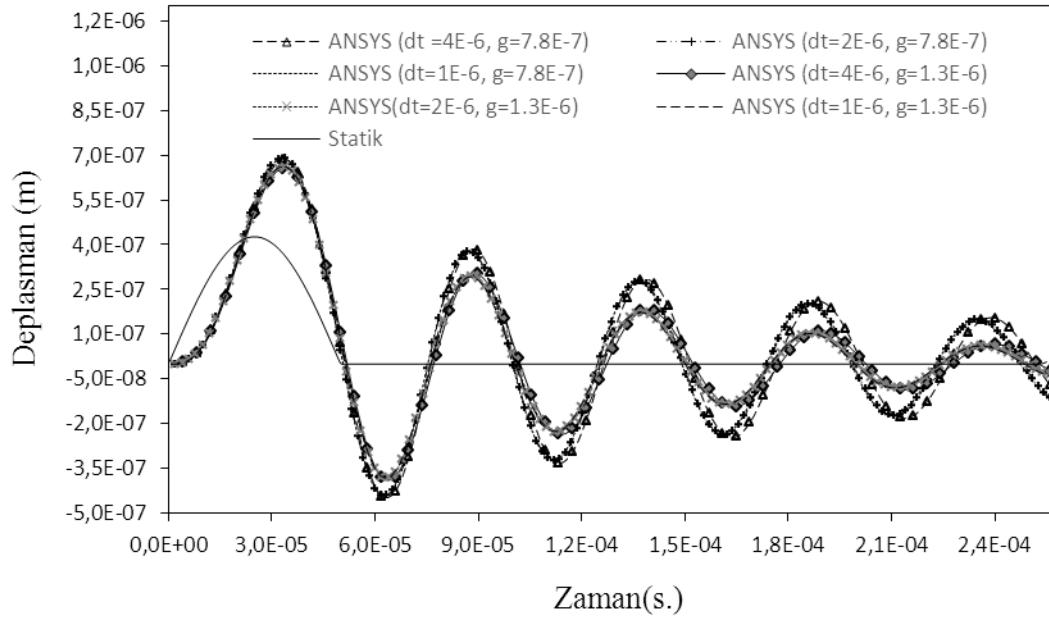
Şekil 4.14. incelendiğinde, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.000004s.) kullanılarak elde edilen değerler ile, zaman uzayında sık zaman artımı (0.000001s.) kullanılarak elde edilen değerlerin birbiri ile örtüştüğü görülmektedir.

$g = 7.8E-7$ ve $g = 1.3E-6$ alınarak sistem viskoelastik olarak da çözülmüş olup, 37 nolu düğümüne ait deplasmaların zamanla değişim grafikleri aşağıda verilmiştir.

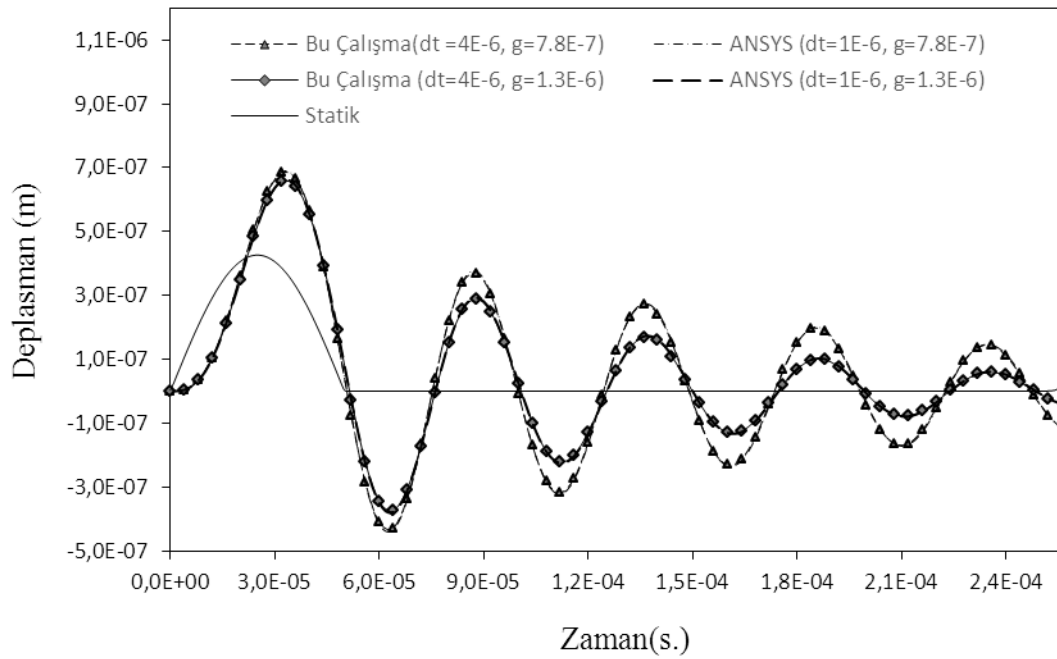


Şekil 4.15.İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi

Şekil 4.15.'te görüldüğü gibi, elastik duruma benzer şekilde viskoelastik durumda da Laplace uzayında zaman artım miktarı sonucu değiştirmeyip, farklı zaman artım miktarları kullanılarak elde edilen değerler birbiri ile örtüşmektedir.



Şekil 4.16.İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.17.İmpulsif sinüs tipi yükleme için silindir kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması

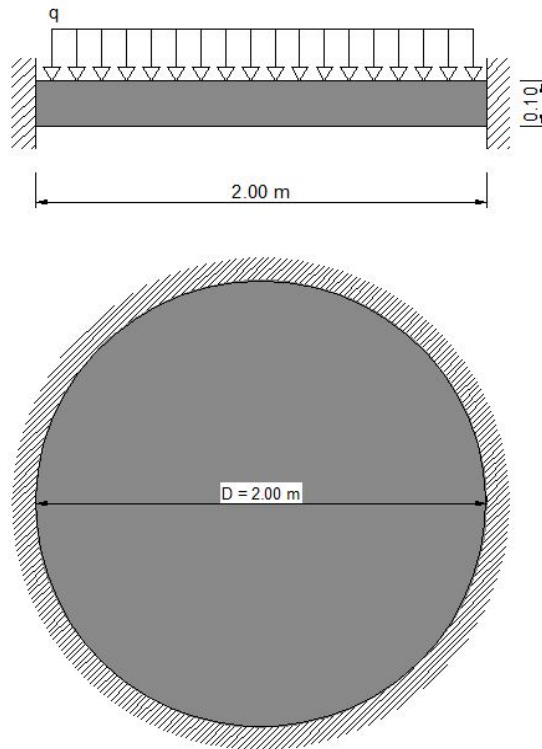
Şekil 4.16.'da görüldüğü gibi Newmark metodu ile elde edilen sonuçlar zaman artımına karşı çok hassas olup, tutarlı sonuç alabilmek için zaman artımının

çok küçük seçilmesi gerekmektedir.

Şekil 4.17. incelendiğinde, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.000004s.) kullanılarak elde edilen değerler ile, zaman uzayında sık zaman artımı (0.000001s.) kullanılarak elde edilen değerlerin birbiri ile örtüştüğü görülmektedir.

4.2. Düzgün Yayılı Yüklü Dairesel Plak

Bu uygulamada düzgün yayılı yük ile yüklenmiş ve kenarlarından ankastre mesnetlenmiş dairesel plak ele alınmıştır. Dairesel plağın geometrisi: plak yarı çapı, $r = 1.00$ m, kalınlığı, $t = 0.10$ m; plak için malzeme özellikleri ise; Poisson oranı, $\nu = 0.3$, kütleli yoğunluğu, $\rho = 7850$ kg/m³ ve Elastisite Modülü, $E = 2 \times 10^{11}$ N/m² alınmış olup, plağa $q = 1 \times 10^6$ N/m² düzgün basınç etki etmektedir. Plağın geometrisi Şekil 4.18.'de gösterilmiştir. Bu problem ile ilgili sonlu eleman ağı ise Şekil 4.19.'da verilmiştir. Bu çalışmada bulunan değerler ANSYS programıyla bulunan değerler ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.18. Plağın geometrisi

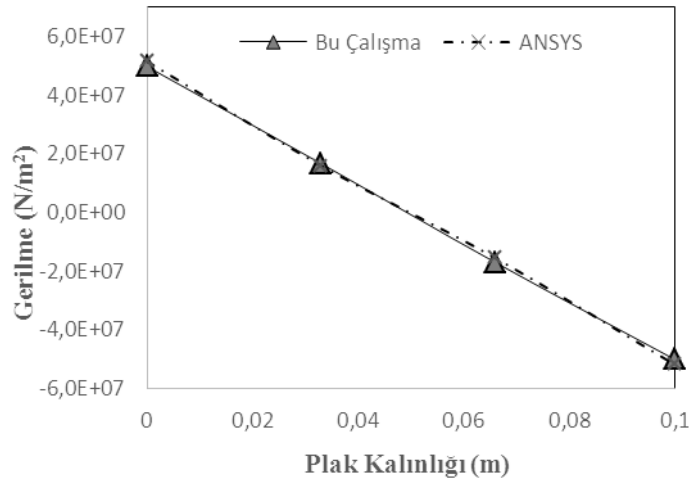
4.2.1. Statik Yük Durumu

Statik yükleme halinde dairesel plak problemi bu çalışmada hazırlanan program ve ANSYS ile çözülüp, dairesel plak kalınlığının ortasında deplasman değerleri ve dairesel plak kalınlığı boyunca gerilme dağılımları karşılaştırılmıştır.

Çizelge 4.2.Dairesel plak kalınlığının ortasında düşey deplasmanların karşılaştırılması

Düğüm No	ANSYS	Bu Çalışma
	v (m)	v(m)
29	-0.88456E-3	-0.87076E-3
30	-0.81603E-3	-0.80233E-3
31	-0.62625E-3	-0.61518E-3
32	-0.36909E-3	-0.35877E-3
33	-0.12122E-3	-0.11509E-3
34	0.00	0.00

Çizelge incelendiğinde, bu çalışmada elde edilen deplasman değerleri ile ANSYS'in verdiği deplasman değerlerinin çok yakın olduğu görülmektedir.

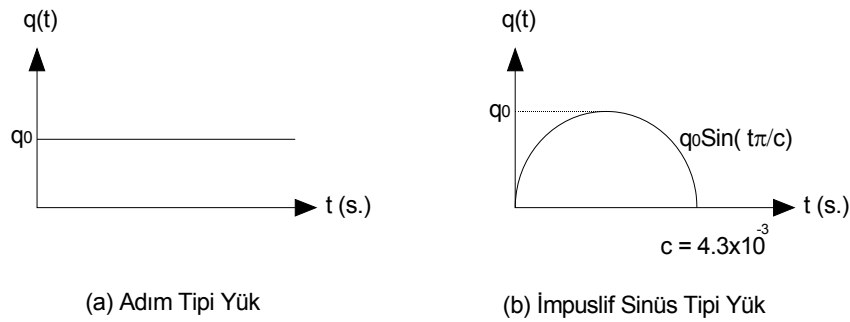


Şekil 4.20. Plak kalınlığı boyunca σ_r gerilmesinin dağılımının karşılaştırılması

Grafik incelendiğinde sonuçların birbirine çok yakın olduğu görünmektedir.

4.2.2. Dinamik Yük Durumu

Dinamik yüklemeler halinde dairesel plak problemi bu çalışmada hazırlanan program ve ANSYS ile çözülüp, dairesel kalınlığının ortasında bulunan 29 düğümüne ait deplasmanın zamanla değişimi grafik üzerinde karşılaştırılmıştır. Dinamik yükleme, aşağıda verilen yük fonksiyonları için hem elastik hem de viskoelastik malzemeler için uygulanmıştır.

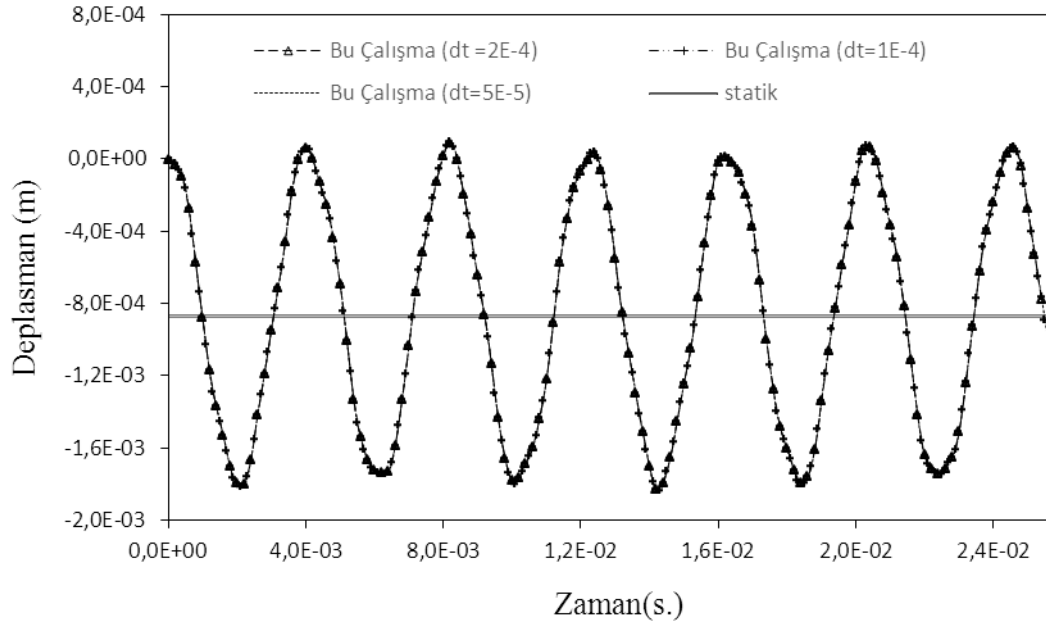


Şekil 4.21. Dinamik yük fonksiyonları ($q_0 = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$)

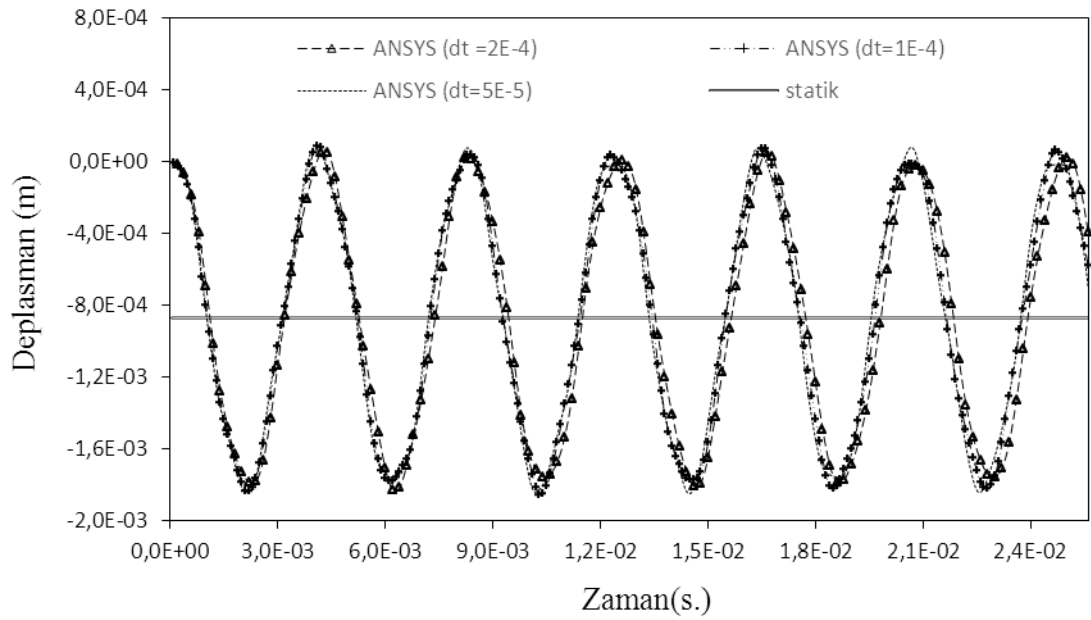
4.2.2.1. Adım Tipi Yükleme Durumu

Çeşitli zaman artım miktarları için Laplace uzayında elde edilen sonuçlar ile ANSYS paket programından elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, 29 nolu düğümün deplasman değerleridir.

Bu problemin çözümü 128 adım ($dt=2.0 \text{ E-4s.}$), 256 adım ($dt=1.0 \text{ E-4s.}$) ve 512 adım ($dt = 5.0 \text{ E-5s.}$) olarak yapılmıştır. Çözümlerden elde edilen grafikler aşağıda verilmiştir.



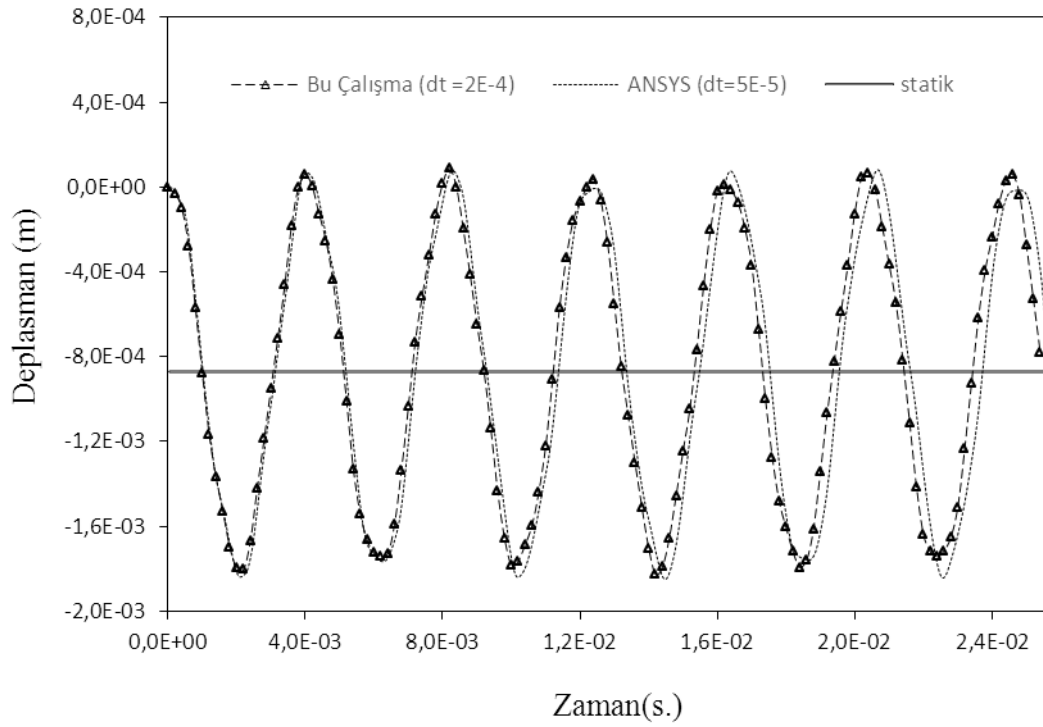
Şekil 4.22. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.23. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi

Şekil 4.22.'de, daha önceki örneklerde olduğu gibi, Laplace uzayında çeşitli zaman artım miktarları sonucu değiştirmeyip, elde edilen değerlerin birbiri ile

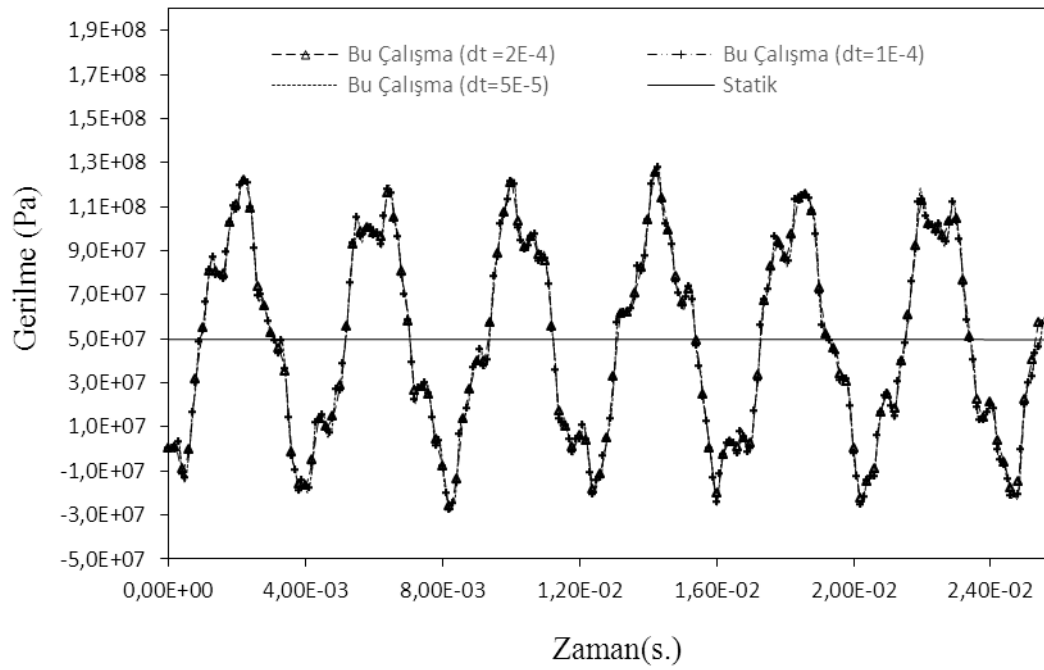
örtüştüğü görülmektedir. Ancak şekil 4.23.'ten Newmark metodu ile elde edilen sonuçların zaman artım miktarına karşı çok hassas olup, tutarlı sonuç alabilmek için zaman artımının çok küçük seçilmesi gerektiği anlaşılmaktadır.



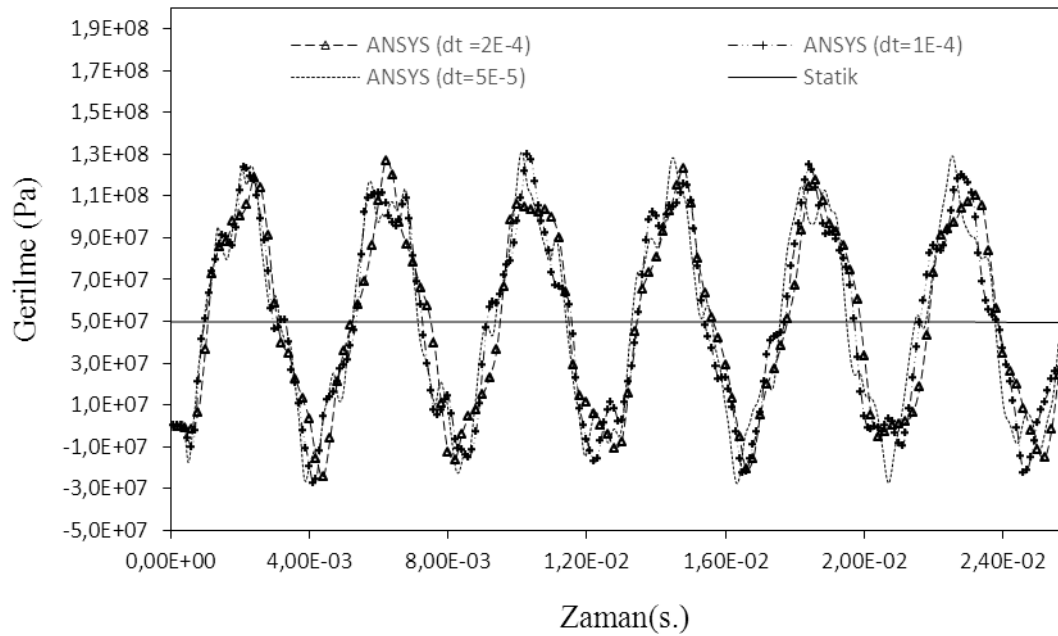
Şekil 4.24. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması

Şekil 4.24. incelendiğinde, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.0002s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasman değerlerinin zamana göre değişimleri ile, zaman uzayında sık zaman artımı (0.00005s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasman değerlerinin zamana göre değişimleri birbirine çok yakın olduğu söylenebilir.

Şekil 4.25. – 4.27 üzerinde 1 nolu düğüme ait  gerilmesinin zamanla değişimleri verilmektedir.

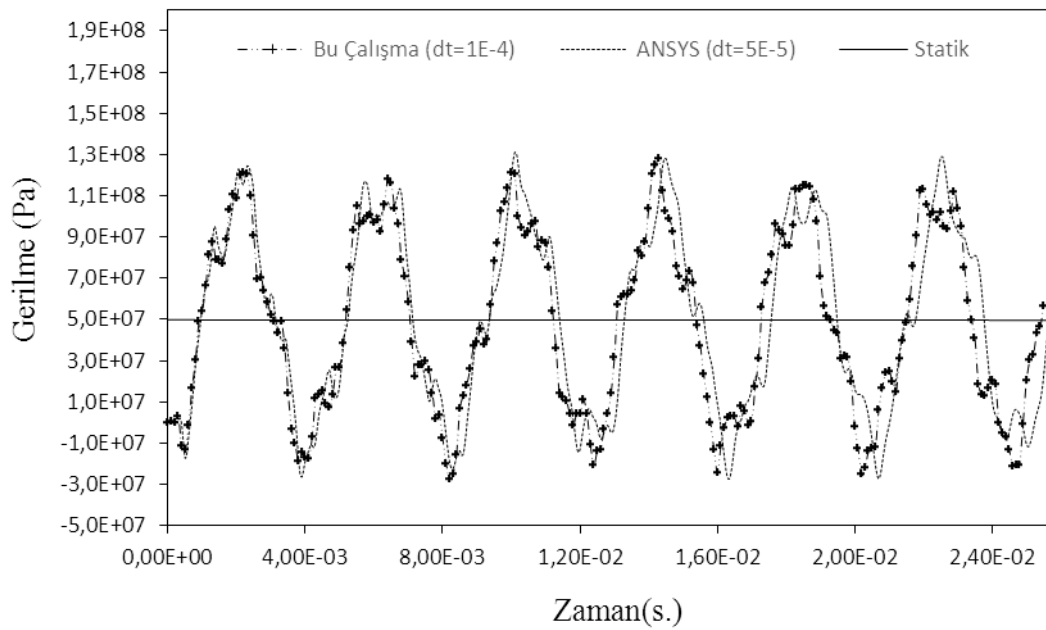


Şekil 4.25. Adım tipi yükleme için plak ortasında ve kalınlığının altında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi



Şekil 4.26. Adım tipi yükleme için plak ortasında ve kalınlığının altında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi

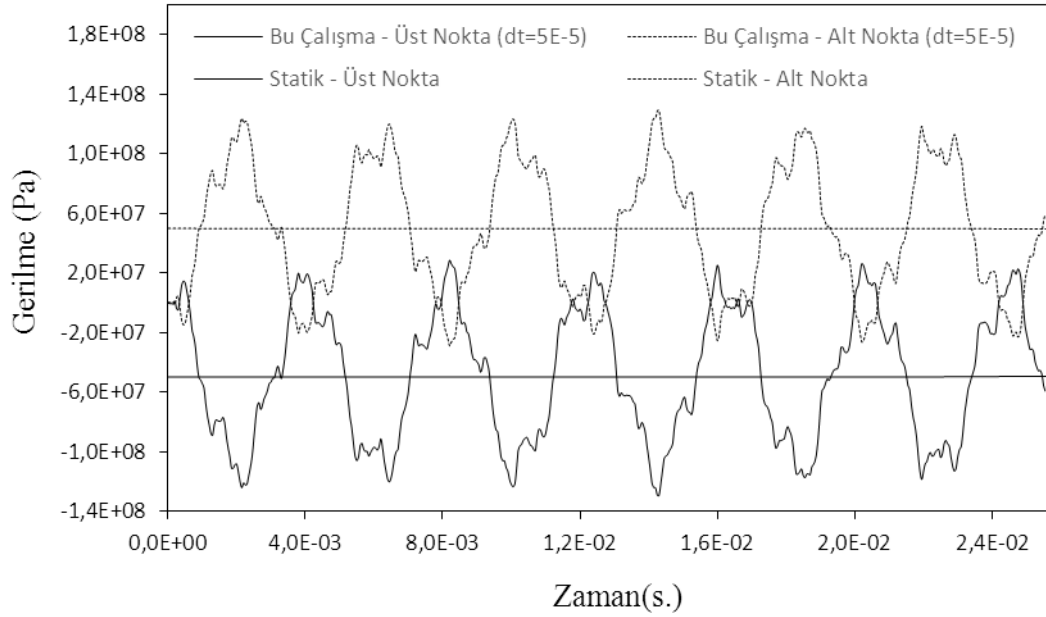
Şekil 4.25.'de bu çalışma ile elde edilen 1 nolu düğümünün σ_r gerilmesinin zamanla değişim grafiği verilmiştir. Grafik incelendiğinde, deplasmanlar gibi gerilmelerin de farklı zaman artım miktarları için sonuçları değişmeyip, gerilme değerlerinin örtüştüğü görülmektedir. Ancak Şekil 4.26.'da görüldüğü gibi, ANSYS ile elde edilen sonuçlar zaman artımına karşı çok hassas olup, tutarlı sonuç alabilmek için zaman artımının çok küçük seçilmesi gerekmektedir.



Şekil 4.27. Adım tipi yükleme için plak ortasında ve kalınlığının altında σ_r gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması

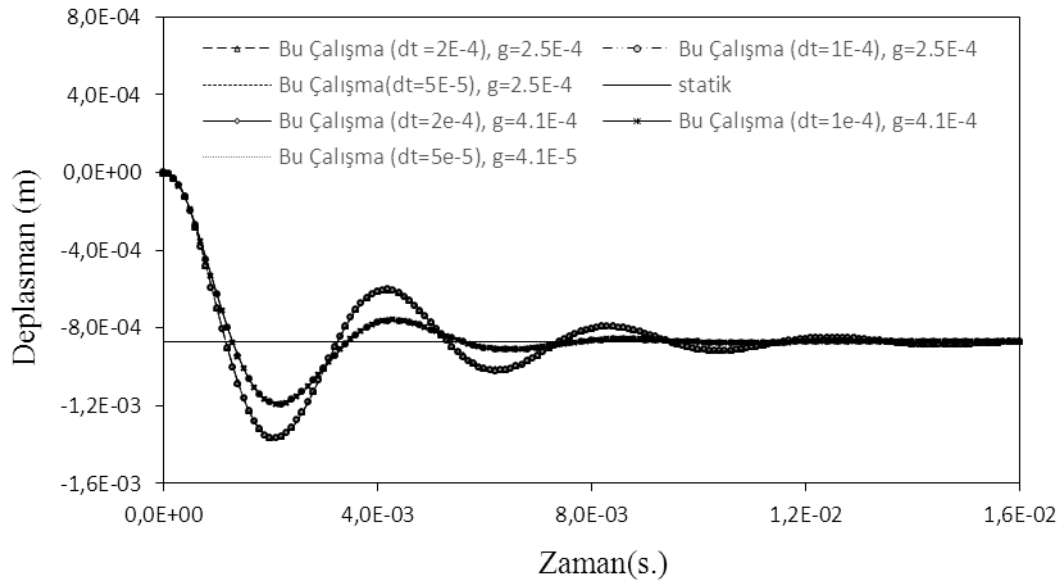
Silindir probleminde gerilmelerin birbirine yakınsamadığı daha önce tartışılmıştı. Ancak dairesel plakta, Şekil 4.27.'nin incelenmesinden, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.0002s.) kullanılarak elde edilen σ_r gerilmesinin zamana göre değişimleri ile, ANSYS ile sık zaman artımı (0.00005s.) kullanılarak elde edilen σ_r değerlerinin zamana göre değişimleri birbirine yakın olduğu söylenebilir.

Şekil 4.28. üzerinde plak ortasında kalınlığın üst noktasında ve kalınlığın alt noktasında, sırasıyla 52 ve 1 nolu düğümlere ait σ_r gerilmelerinin zamanla değişim grafikleri verilmektedir.

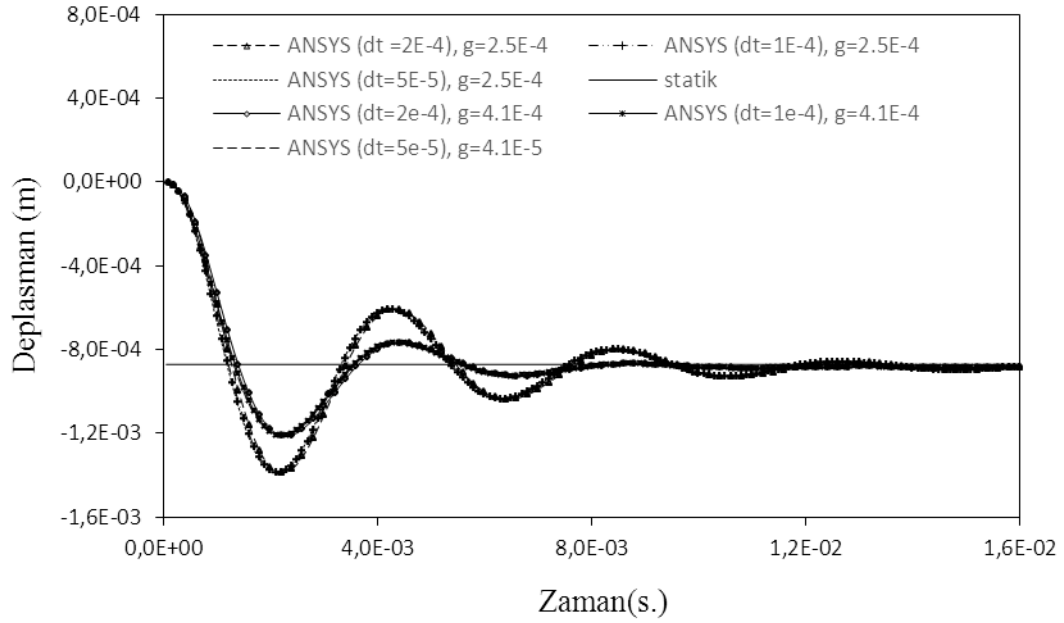


Şekil 4.28. Adım tipi yükleme için plak ortasında kalınlığının alt noktasında ve üst noktasında σ_x gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması

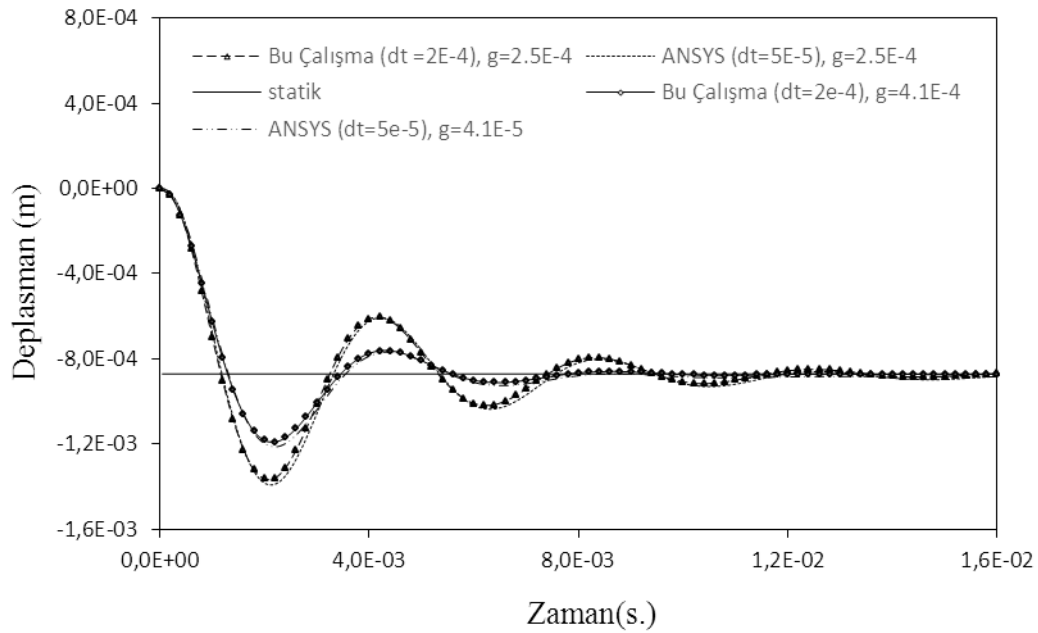
$g = 2.5E-4$ ve $g = 4.1E-4$ viskoz sönüm oranları için sistemin viskoelastik analizi yapılmış olup, deplasmanın zamanla değişimleri Şekil 4.29. - 4.31. üzerinde verilmiştir.



Şekil 4.29. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.30. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.31. Adım tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması

Adım tipi yüklemeye benzer olarak Şekil 4.29.'da görüldüğü gibi, Laplace uzayında farklı zaman artımı kullanılarak elde edilen değerler birbiri ile örtüşmektedir. Ancak şekil 4.30.'de de görüldüğü gibi ANSYS ile elde edilen

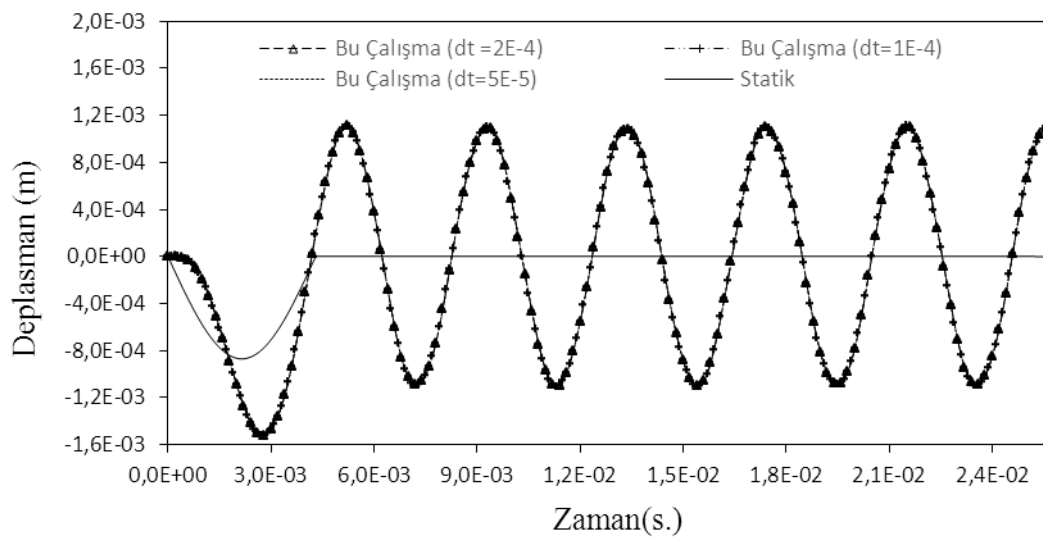
sonuçlar zaman artımına karşı çok hassas olup, tutarlı sonuç alabilmek için zaman artım miktarının çok küçük seçilmesi gerekmektedir.

Şekil 4.31. incelenmesinden, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.0002s.) kullanılarak elde edilen viskoelastik düşey deplasman değerlerinin zamana göre değişimleri ile, zaman uzayında sık zaman artımı (0.00005s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasman değerlerinin zamana göre değişimleri birbirine çok yakın olduğu söylenebilir.

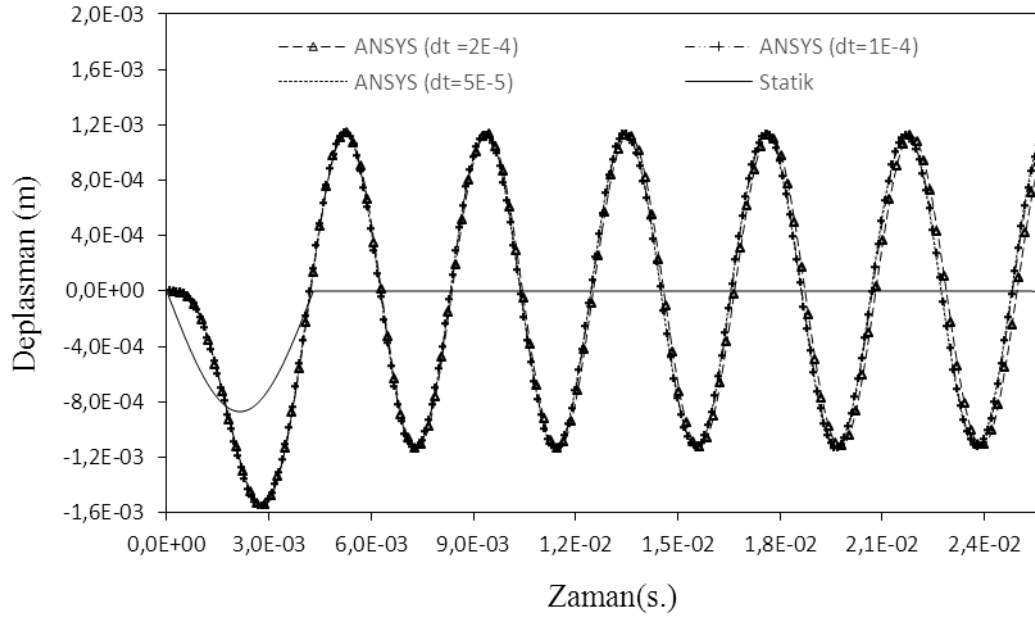
4.2.2.2. İmpulsif Sinüs Tipi Yükleme Durumu

Problemin bu aşamasında dairesel plağa Şekil 4.21b.'deki gibi impulsif sinüs tipinde bir yük uygulanmıştır. Farklı zaman artımlarına göre Laplace uzayında elde edilen çözümler ile ANSYS paket programından elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Sonuçların karşılaştırılması 29 nolu düğüm üzerinde yapılmıştır.

Farklı adım sayıları ve artım miktarlarına göre zamana bağlı olarak deplasman ve gerilmelerin değişimleri elde edilmiştir. Bu problemin çözümü 128 adım ($dt=2.0 \text{ E-4s.}$), 256 adım ($dt = 1.0 \text{ E-4s.}$) ve 512 adım ($dt = 5.0 \text{ E-5s.}$) için yapılmıştır. Çözümlerden elde edilen sonuçlar grafikler üzerinde karşılaştırılmıştır.

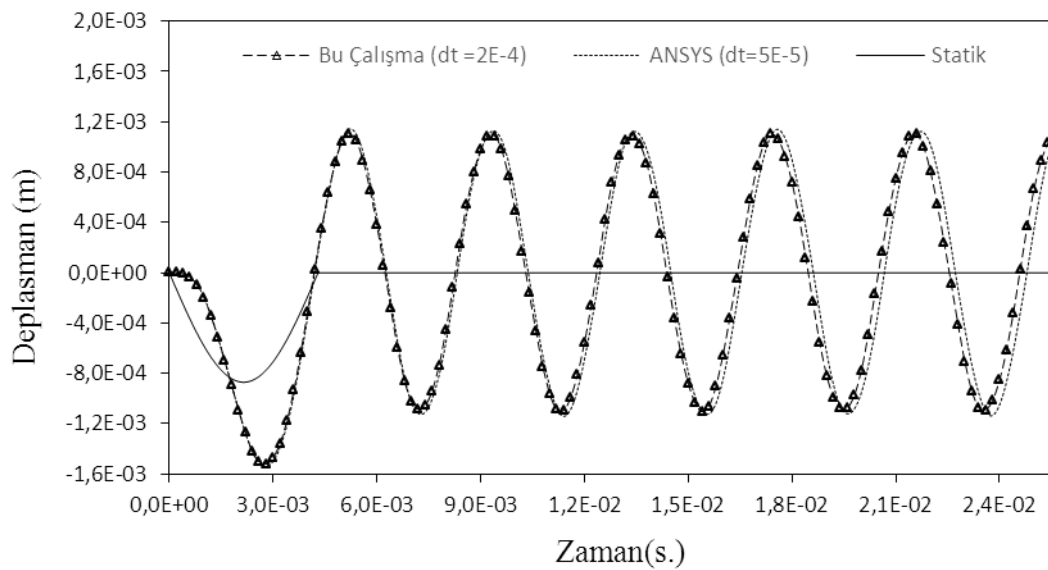


Şekil 4.32.İmpulsif sinüs tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.33.İmpulsif sinüs tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi

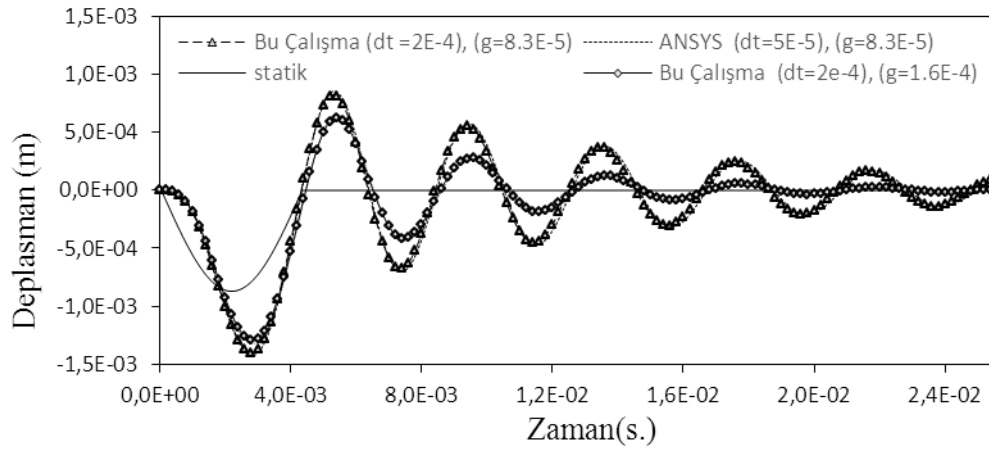
Şekil 4.32.'da görüldüğü gibi, Laplace uzayında farklı zaman artımı kullanılarak elde edilen değerler birbiri ile örtüşmektedir. Ancak şekil 4.33.'de de görüldüğü gibi ANSYS programı ile elde edilen sonuçlar zaman artımına karşı çok hassas olup, tutarlı sonuç alabilmek için zaman artımının çok küçük seçilmesi gerekmektedir.



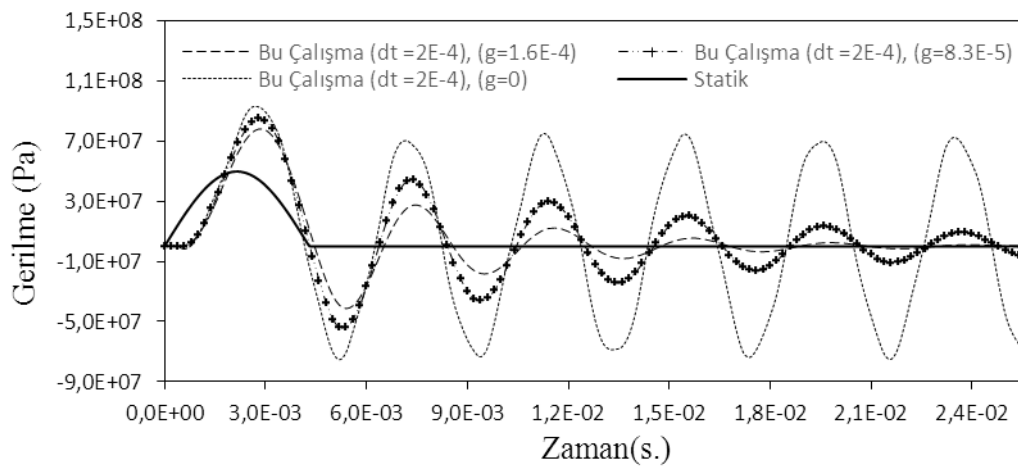
Şekil 4.34.İmpulsif sinüs tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması

Şekil 4.34. incelendiğinde, daha önceki çözümlerde olduğu gibi, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.0002s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasman değerlerinin zamana göre değişimleri ile, ANSYS ile sık zaman artımı (0.00005s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasman değerlerinin zamana göre değişimleri birbirine çok yakın olduğu söylenebilir.

$g = 8.3E-5$ ve $g = 1.6E-4$ viskoz sönüm oranları için sistemin viskoelastik analizi yapılmış olup, deplasmanın zamanla değişim Şekil 4.35. üzerinde verilmiştir. Şekil 4.36. üzerinde plak ortasında ve kalınlığının alt noktasında 1 nolu düğümüne ait σ_x gerilmesinin zamanla değişim grafikleri verilmektedir.



Şekil 4.35. İmpulsif sinüs tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması



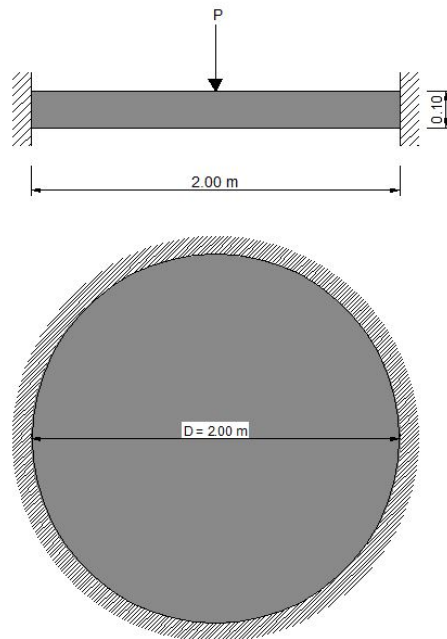
Şekil 4.36. İmpulsif sinüs tipi yükleme için plak ortasında kalınlığının altında 1 nolu düğümüne ait σ_x gerilmesinin zamanla değişimi

Şekil 4.35. incelendiğinde, daha önceki örneklerde olduğu gibi, viskoelastik malzeme durumu için de Laplace uzayında çeşitli zaman artım miktarları için elde edilen deplasman değerlerinin birbiri ile örtüştüğü söylenebilir.

Şekil 4.36.'da çeşitli sönüm oranları için çözümler yapılmış olup, plak ortasında ve kalınlığın alt noktasında gerilme değerleri verilmektedir. Beklendiği gibi viskoelastik durumda gerilmelere ait salınımlar zamanla statik değere yaklaşarak kaybolmaktadır.

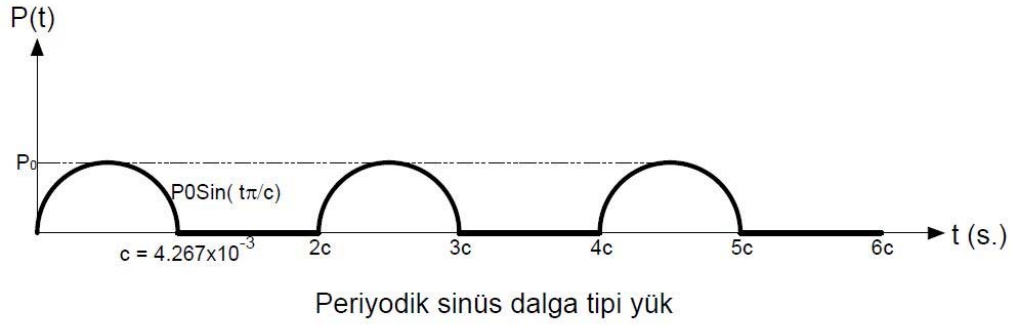
4.3 Ortasından Tekil Yüklü Dairesel Plak

Bu uygulamada ortasından tekil yük ile yüklenmiş ve kenarlarından ankastre mesnetlenmiş dairesel plak ele alınmıştır. Dairesel plağın geometrisi: plak yarı çapı, $r = 1.00$ m, kalınlığı, $t = 0.10$ m; malzeme özellikleri ise: Poisson oranı, $\nu = 0.3$, kütleli yoğunluğu, $\rho = 7850$ kg/m³ ve Elastisite Modülü, $E = 2 \times 10^{11}$ N/m² alınmış olup, plağa $p = 1 \times 10^7$ N şiddetinde tekil yük etki etmektedir. Plak geometrisi Şekil 4.37.'de gösterilmiştir. Bu problem ile ilgili sonlu eleman ağı ise Şekil 4.19.'da verilmiştir. Bu çalışmada bulunan sonuçlar ANSYS programıyla bulunan sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.



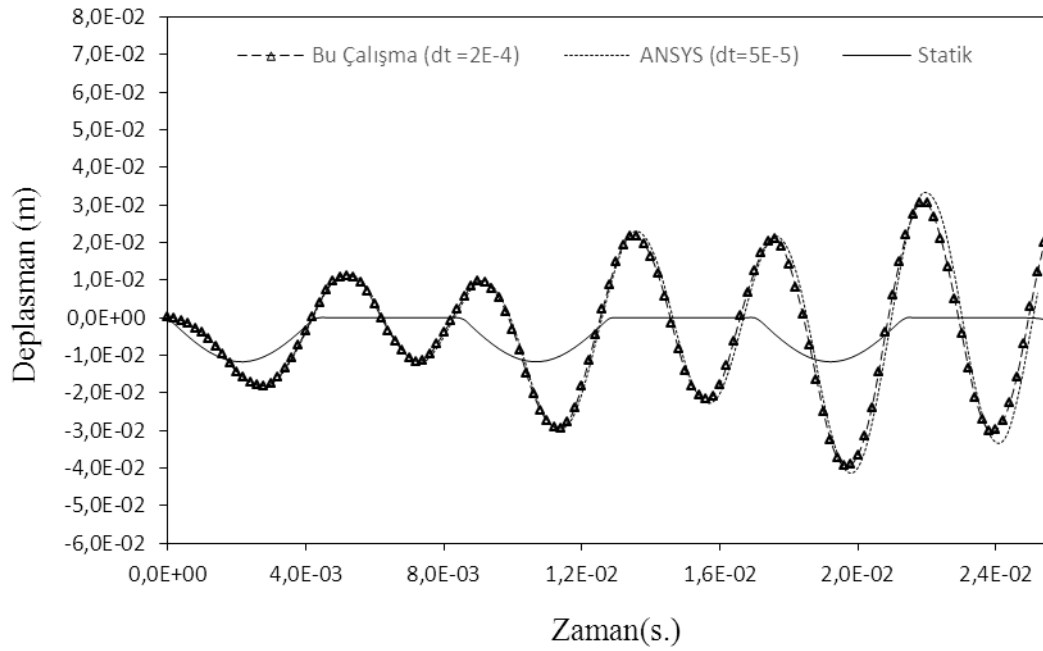
Şekil 4.37. Plak geometrisi

Dairesel plak ortasına etki eden dinamik yük fonksiyonu şekil 4.38.'de verilmiştir.

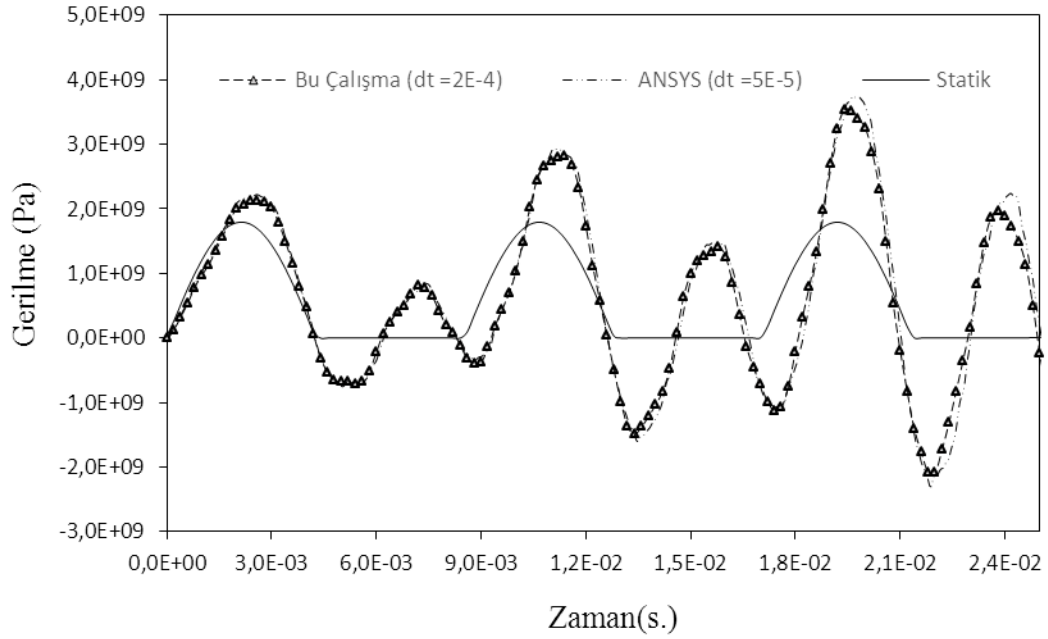


Şekil 4.38. Dinamik yük fonksiyonu ($P_0 = 1 \times 10^7$ N)

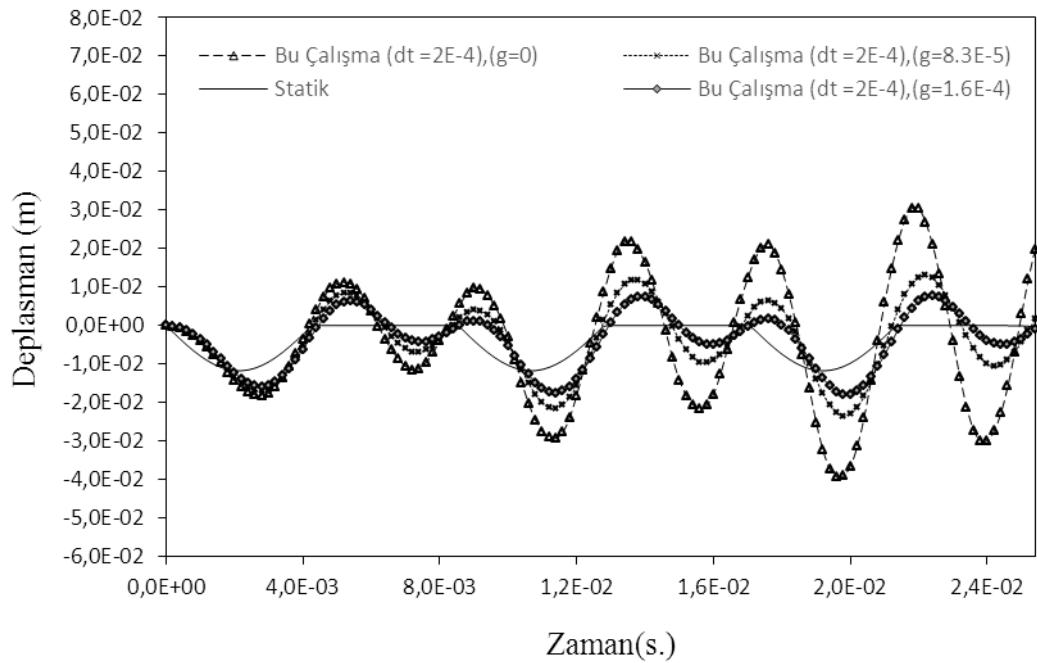
Bu örnekte 29 nolu düğüm noktasına ait düşey deplasmanın ve 1 nolu düğüm noktasına ait σ_x gerilmesinin zamana göre değişimleri elde edilmiştir. Bu problemin çözümü Laplace uzayında 128 adım ($dt=2.0 \text{ E-4s.}$) için ve ANSYS paket programı ile 512 adım ($dt = 5.0 \text{ E-5s.}$) için yapılmıştır. Çözümlerden elde edilen sonuçlar grafikler üzerinde karşılaştırılmıştır.



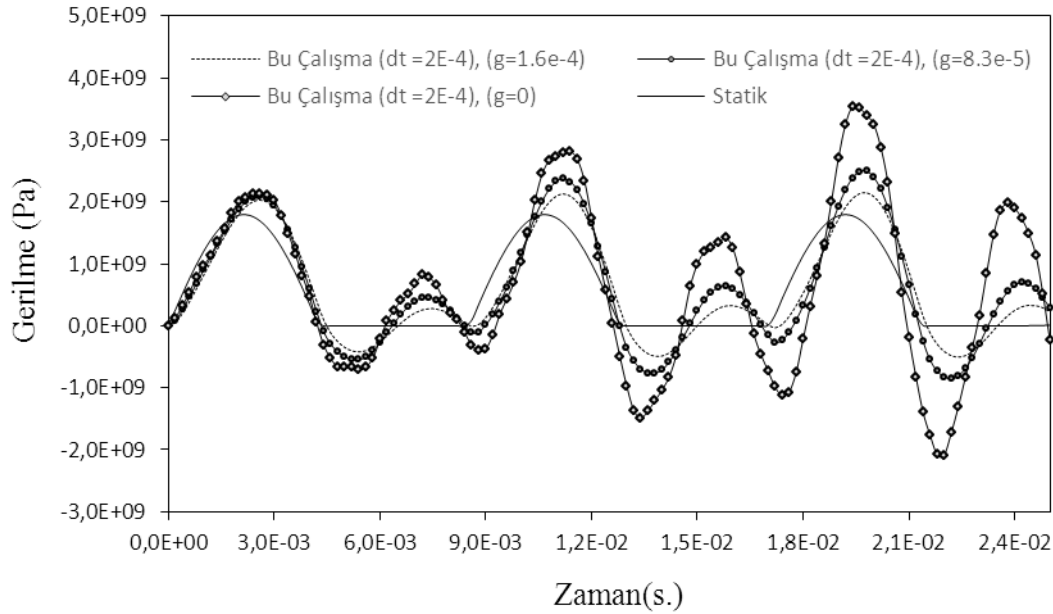
Şekil 4.39. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması



Şekil 4.40. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için plak ortasında ve kalınlığın alt noktasında σ_z gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması



Şekil 4.41. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için plak kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması



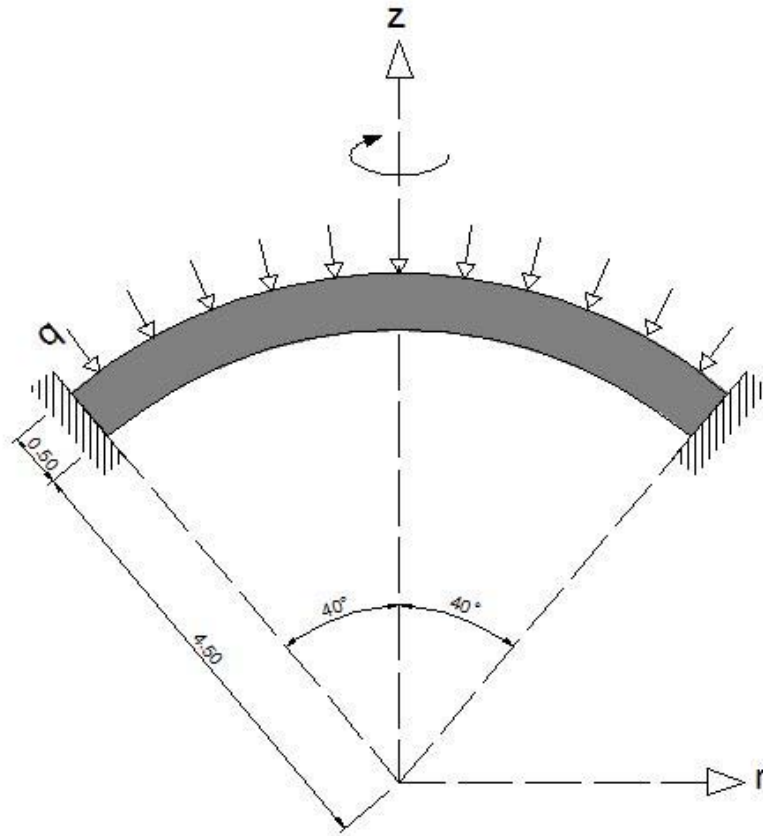
Şekil 4.42. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için plak ortasında ve kalınlığın alt noktasında σ_x gerilmesinin zamanla değişimi

Önceki örnekte, Laplace uzayında kaba zaman artımı kullanılarak elde edilen düşey deplasmanın ve σ_x gerilmesinin zamana göre değişimleri ile, ANSYS programı ile zaman uzayında sık zaman artımı kullanılarak elde edilen düşey deplasmanın ve σ_x gerilmesinin zamana göre değişimlerinin birbirine çok yakın olduğu belirtilmişti. Bu nedenle aynı malzeme ve geometriye sahip bu örnekte sadece önceki örnekteki aynı zaman artım miktarları için deplasman ve gerilmenin zamana göre değişim grafikleri Şekil 4.39. - 40.'da gösterilmiştir.

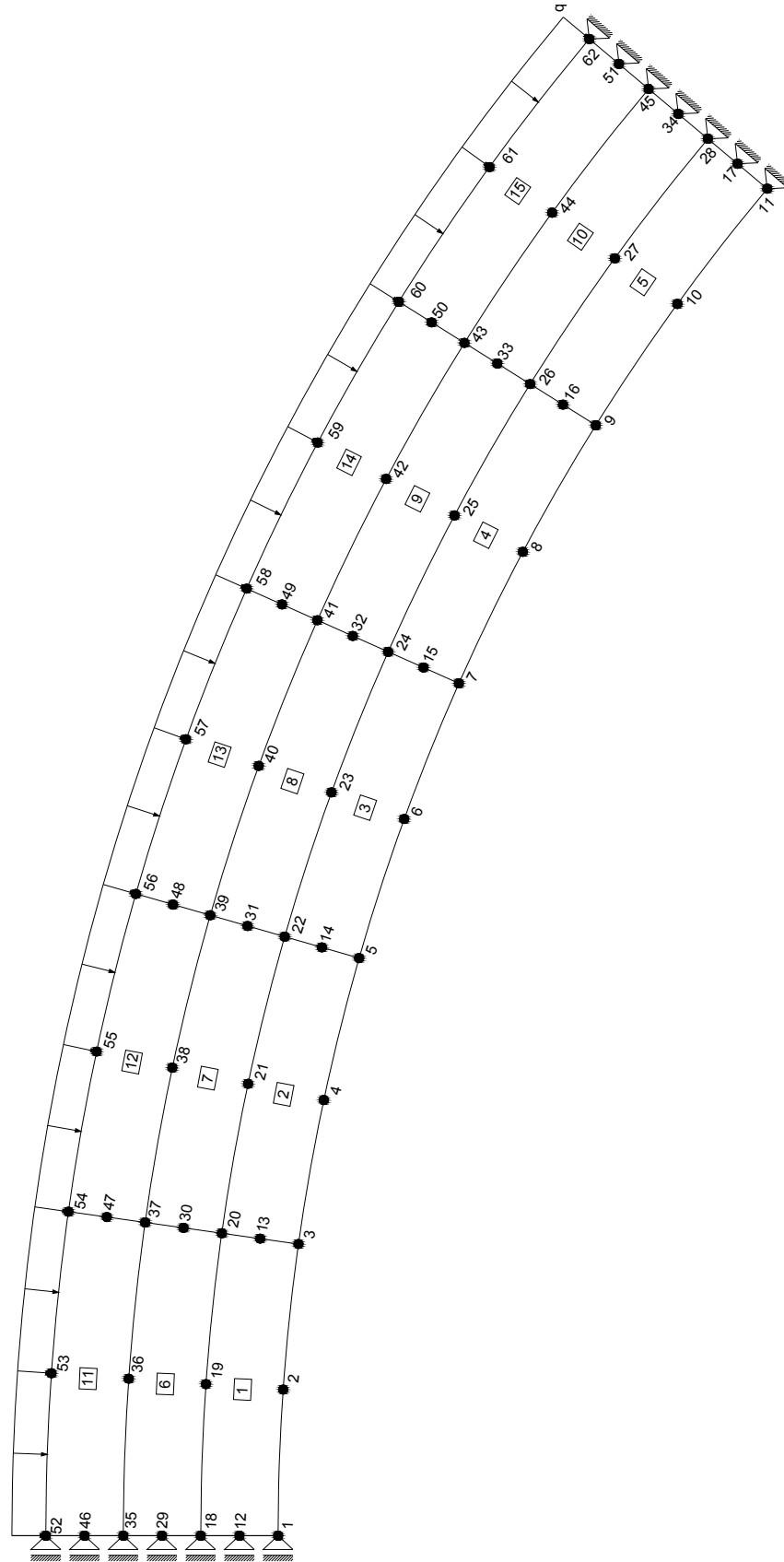
Elastik çözüm ve çeşitli sönüm oranları için viskoelastik çözümler ile statik çözüm Şekil 4.41. – 42. üzerinde birlikte gösterilmiştir. Beklendiği gibi, elastik – dinamik davranışa ait düşey deplasmanlar ve σ_x gerilmeleri statik değerler etrafında salınımına devam ederken; viskoelastik durumda ise, bu değerlere ait salınım genlikleri zamanla statik değere yaklaşarak kaybolmaktadır. Şekillerden de görüldüğü gibi, sönüm oranının artırılması durumunda titreşim genlikleri statik değere daha çabuk yaklaşmaktadır.

4.4. Düzgün Yayılı Yüklü Kubbe

Bu uygulamada düzgün yayılı yük ile yüklenmiş ve kenarlarından ankastre mesnetlenmiş kubbe ele alınmıştır. Ele alınan kubbenin geometrisi: yarıçapı, $r = 4.50$ m, $\theta = 40^\circ$, kalınlığı, $t = 0.50$ m; malzeme özellikleri ise: Poisson oranı, $\nu = 0.3$, kütleli yoğunluğu, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ ve Elastisite Modülü, $E = 2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ alınmış olup, kubbeye $q = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ düzgün basınç etki etmektedir. kubbenin geometrisi Şekil 4.43.'de gösterilmiştir. Bu problem ile ilgili sonlu eleman ağı ise Şekil 4.44.'de verilmiştir. Bu çalışmada bulunan değerler ANSYS programıyla bulunan değerler ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.43. Kubbenin geometrisi



Şekil 4.44. Kubbe için sonlu eleman ağı

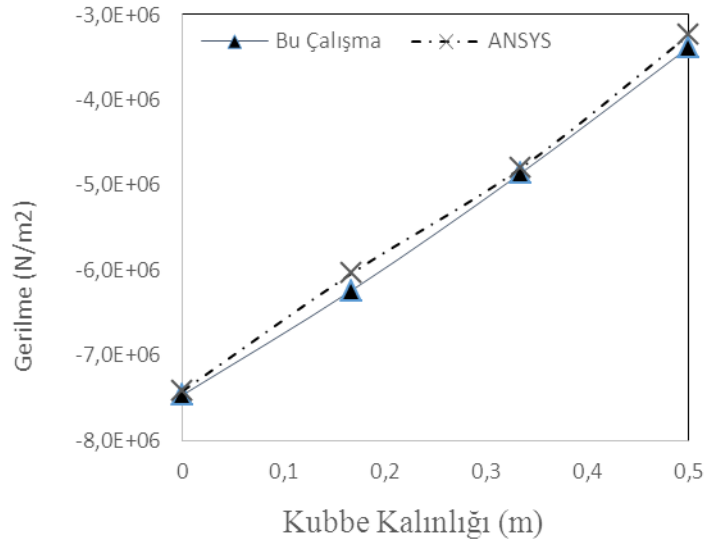
4.4.1. Statik Yük Durumu

Statik yükleme halinde kubbe problemi bu çalışmada hazırlanan program ve ANSYS ile çözülüp, kubbe kalınlığının ortasında deplasman değerleri ve kubbenin kalınlığı boyunca gerilme dağılımları karşılaştırılmıştır.

Çizelge 4.3. Kubbe kalınlığının ortasında düşey deplasmanların karşılaştırılması

Düğüm No	ANSYS	Bu Çalışma
	v (m)	v(m)
29	-0.14259E-3	-0.142736E-3
30	-0.13474E-3	-0.134813E-3
31	-0.11127E-3	-0.111017E-3
32	-0.73947E-4	-0.732941E-4
33	-0.30393E-4	-0.295816E-4
34	0.00	0.00

Çizelge incelendiğinde, bu çalışmada elde edilen deplasman ile ANSYS'in verdiği deplasman değerlerinin birbirine çok yakın olduğu görülmektedir.

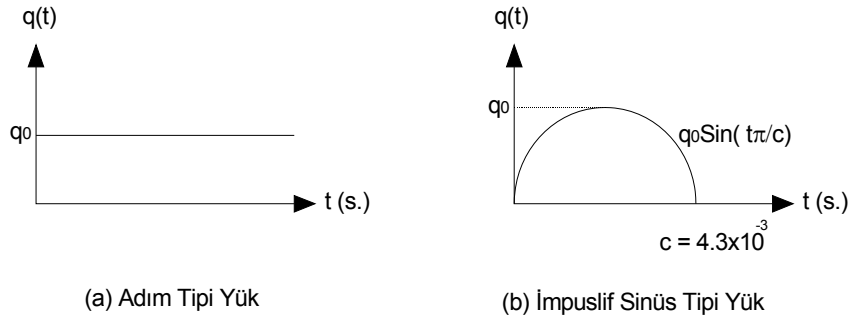


Şekil 4.45. Statik yükleme altında kubbenin kalınlığı boyunca σ_x gerilmesinin dağılımı

Grafikten sonuçların birbirine çok yakın olduğu görünmektedir.

4.4.2. Dinamik Yük Durumu

Dinamik yükleme halinde kubbe problemi bu çalışmada hazırlanan program ve ANSYS ile çözülüp, kubbe kalınlığının ortasında bulunan 29 numaralı düğüme ait deplasmanın zamanla değişimi grafik üzerinde karşılaştırılmıştır. Dinamik yükleme, aşağıda verilen yük fonksiyonları için hem elastik hem de viskoelastik malzemeler için uygulanmıştır.

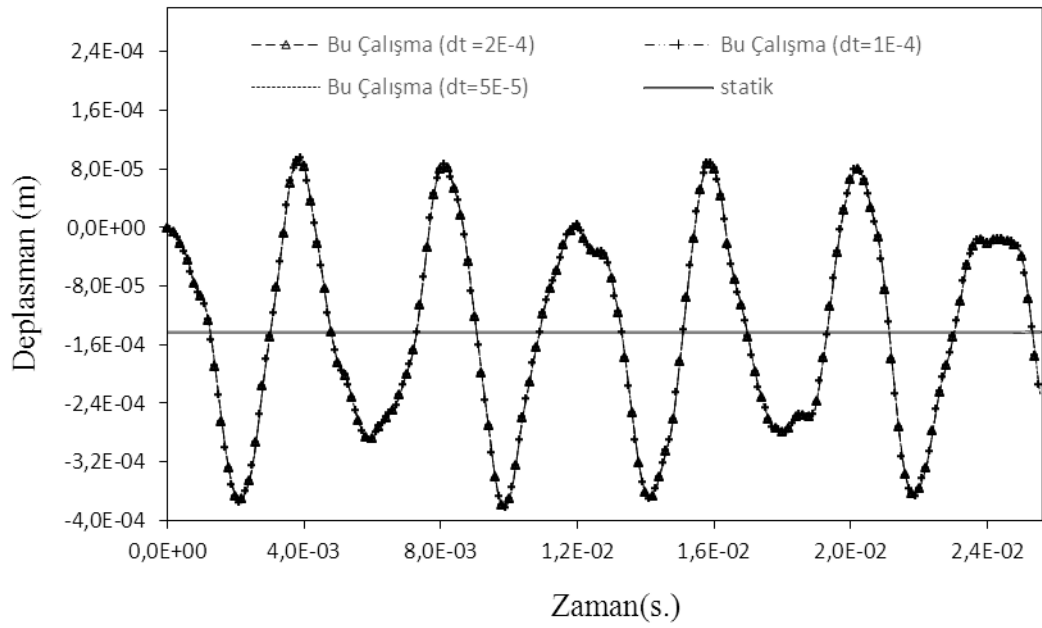


Şekil 4.46. Dinamik yük fonksiyonları ($q_0 = 1 \times 10^6 \text{ N/m}^2$)

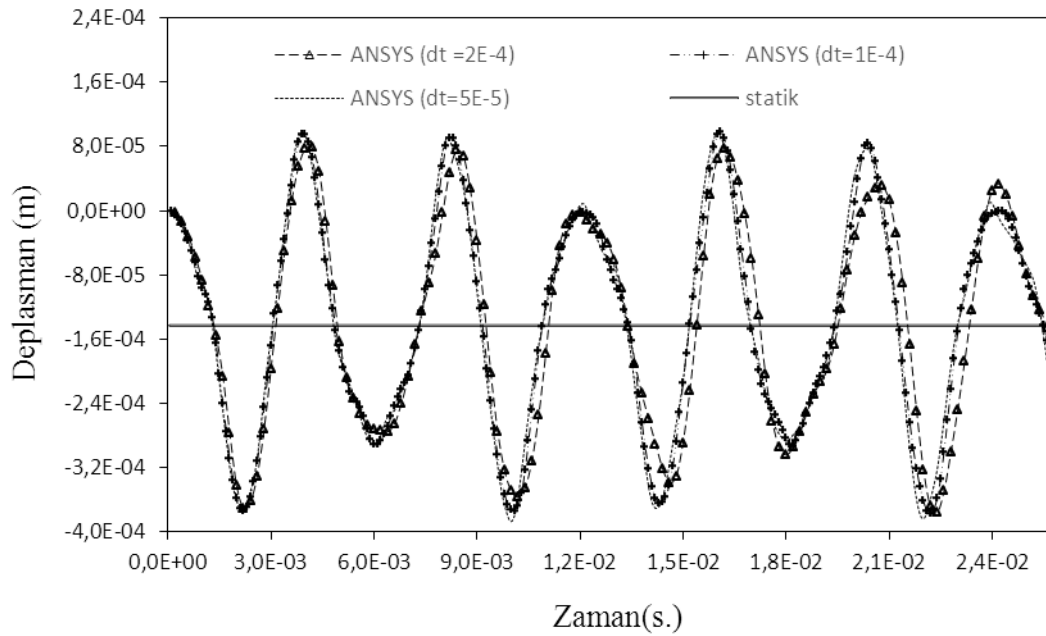
4.4.2.1. Adım Tipi Yükleme Durumu

Çeşitli zaman artım miktarları için Laplace uzayında elde edilen sonuçlar ile ANSYS paket programından elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar, 29 nolu düğümün deplasman değerleridir.

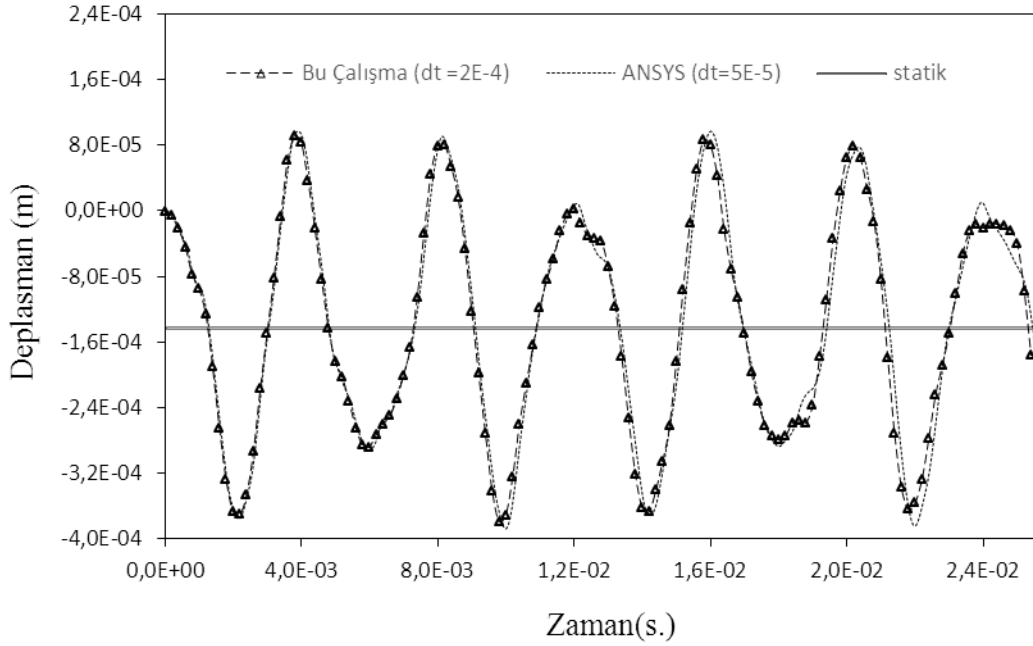
Bu problemin çözümü 128 adım ($dt=2.0 \text{ E-4s.}$), 256 adım ($dt = 1.0 \text{ E-4s.}$) ve 512 adım ($dt = 5.0 \text{ E-5s.}$) olarak yapılmıştır. Çözümlerden elde edilen grafikler aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.47. Adım tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.48. Adım tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi

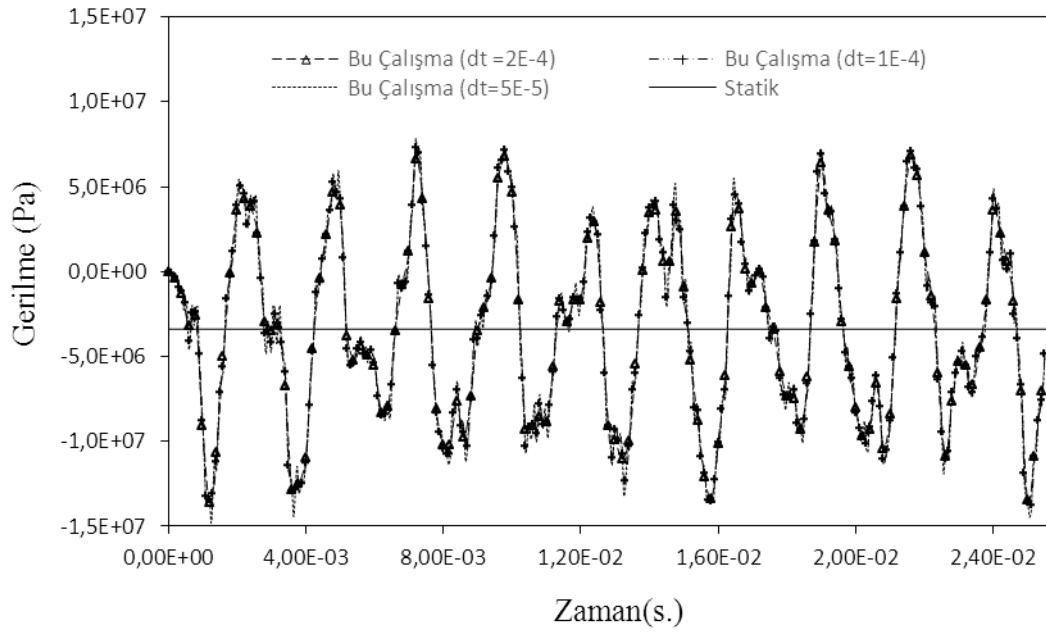


Şekil 4.49. Adım tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması

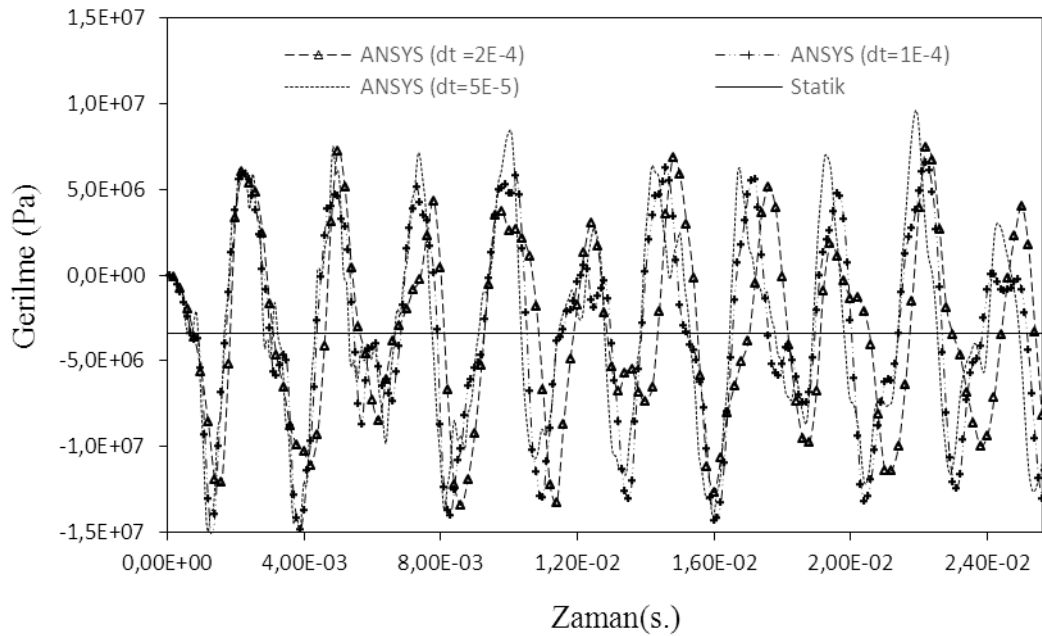
Şekil 4.47.'de, daha önceki örneklerde olduğu gibi Laplace uzayında farklı zaman artım miktarları kullanılarak elde edilen değerlerin birbiri ile örtüştüğü görülmektedir. Ancak Şekil 4.48.'ten ANSYS ile elde edilen sonuçların zaman artım miktarına karşı çok hassas olup, tutarlı sonuç alabilmek için zaman artımının çok küçük seçilmesi gerektiği anlaşılmaktadır.

Şekil 4.49. incelendiğinde, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.0002s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasman değerlerinin zamana göre değişimleri ile, ANSYS programında sık zaman artımı (0.00005s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasman değerlerinin zamana göre değişimleri birbirine oldukça yakın olduğu söylenebilir.

Şekil 4.50. – 4.52 üzerinde 1 nolu düğüme ait σ_r gerilmesinin zamanla değişim grafikleri verilmektedir.

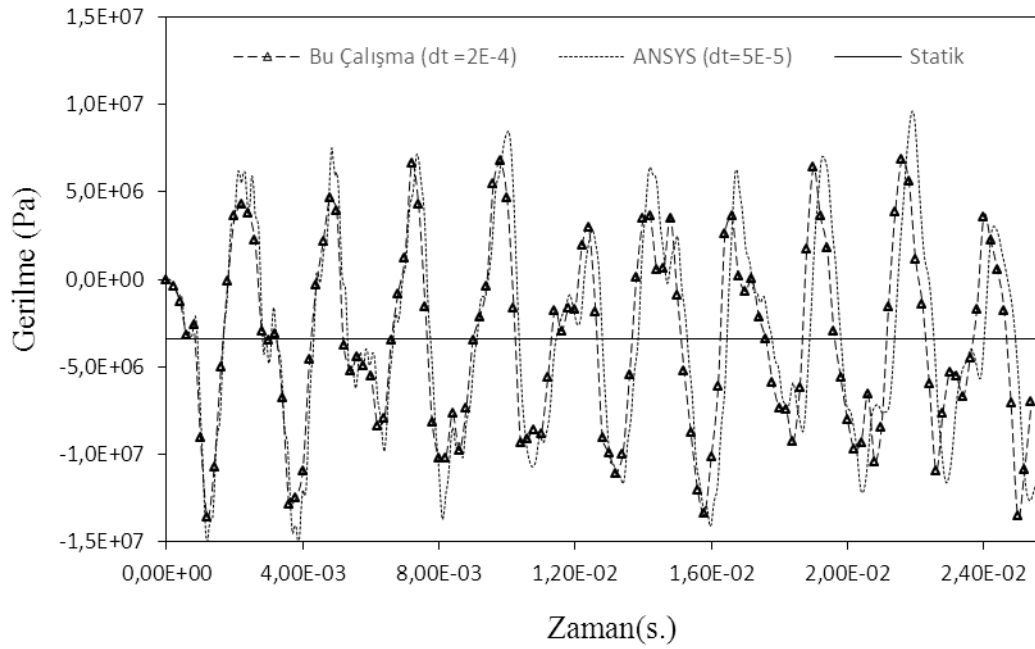


Şekil 4.50. Adım tipi yükleme için kubbe ortasında ve kalınlığının alt noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi



Şekil 4.51. Adım tipi yükleme için kubbe ortasında ve kalınlığının alt noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi

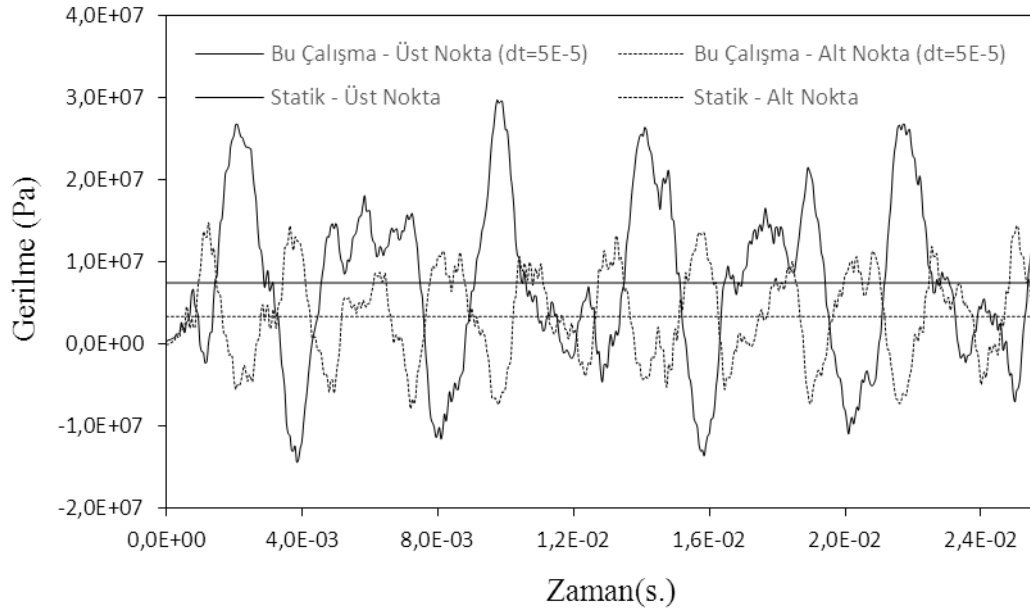
Şekil 4.50.'de, daha önceki örneklerde olduğu gibi, Laplace uzayında farklı zaman artım miktarları kullanılarak elde edilen değerlerin birbiri ile örtüştüğü görülmektedir. Ancak şekil 4.51.'den ANSYS ile elde edilen sonuçların zaman artım miktarına karşı çok hassas olup, tutarlı sonuç alabilmek için zaman artımının çok küçük seçilmesi gerektiği anlaşılmaktadır.



Şekil 4.52. Adım tipi yükleme için kubbe ortasında kalınlığının altında σ_z gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması

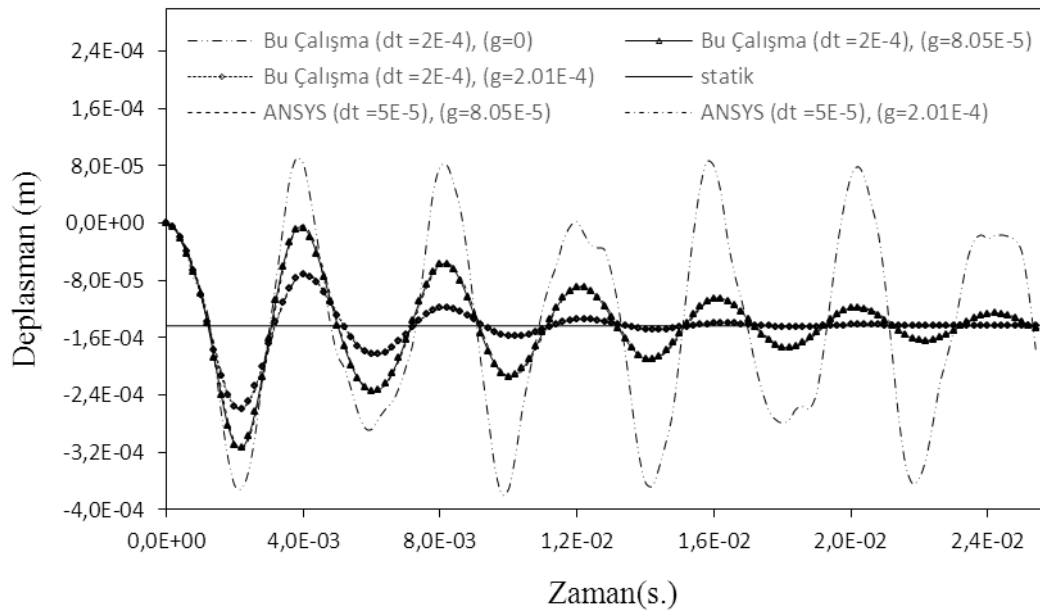
Şekil 4.52. incelendiğinde, Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.0002s.) kullanılarak elde edilen σ_z gerilmesi değerlerinin zamana göre değişimleri ile, ANSYS ile sık zaman artımı (0.00005s.) kullanılarak elde edilen σ_z gerilmesi değerlerinin zamana göre değişimlerinin birbirine yakın olduğu söylenebilir.

Şekil 4.53. üzerinde kubbe ortasında ve kalınlığın üst ve alt noktalarında sırasıyla 52 ve 1 nolu düğümlere ait σ_z gerilmelerinin zamanla değişim grafikleri verilmiştir.

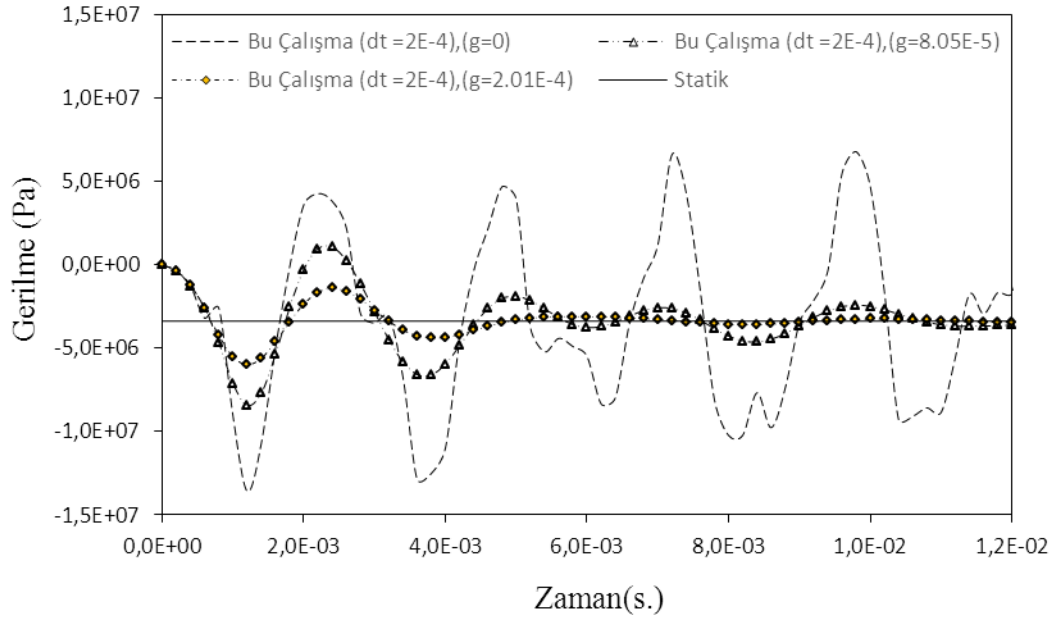


Şekil 4.53. Adım tipi yükleme için kubbe ortasında kalınlığının alt noktasında ve üst noktasında σ_x gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması

$g = 8.05E-5$ ve $g = 2.01E-4$ viksöz sönüm oranları için sistemin viskoelastik analizi yapılmış olup, deplasmanın zamanla değişimi Şekil 4.54. - 4.55. üzerinde verilmiştir.



Şekil 4.54. Adım tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi

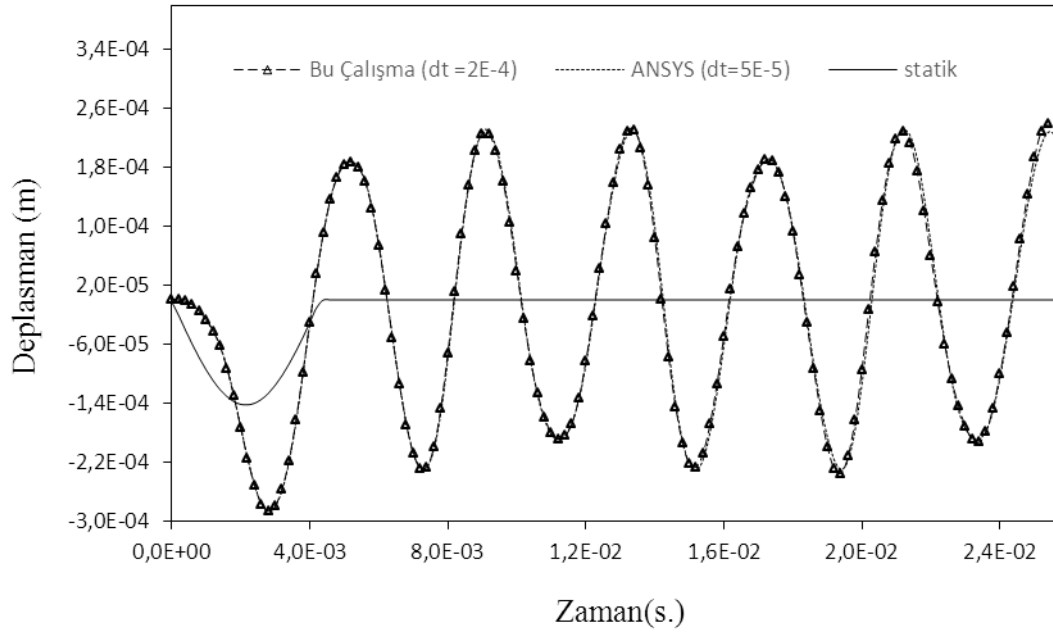


Şekil 4.55. Adım tipi yükleme için kubbe ortasında ve kalınlığın altında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi

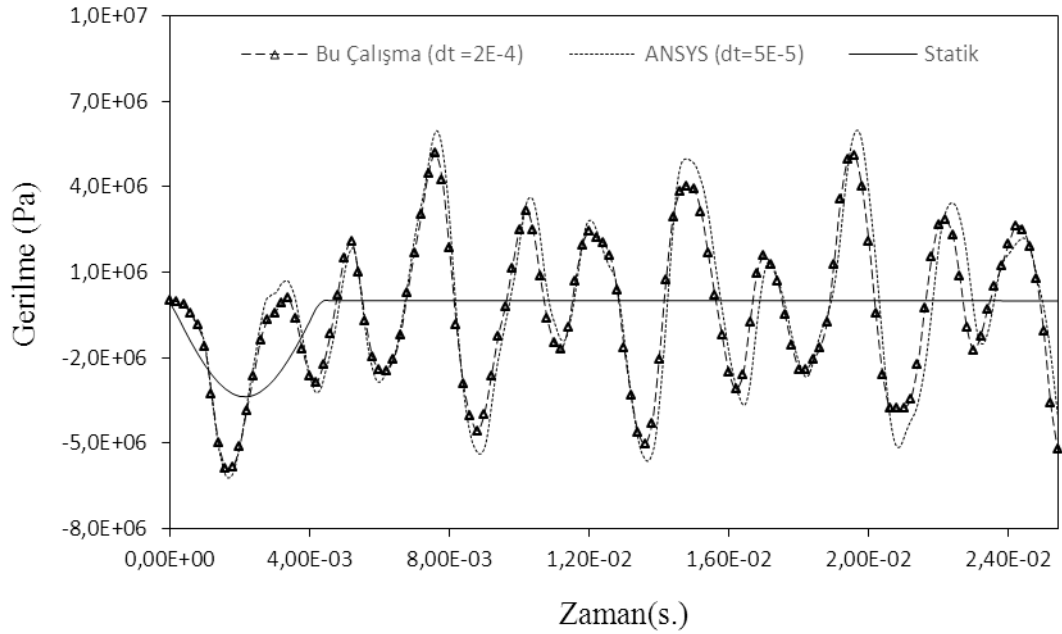
Elastik çözüm ve çeşitli sönüm oranları için viskoelastik çözümler ile statik çözüm Şekil 4.54. – 55. üzerinde birlikte gösterilmiştir. Beklendiği gibi, elastik – dinamik davranışa ait düşey deplasmanlar ve σ_r gerilmeleri statik değerler etrafında salınma devam ederken; viskoelastik durumda ise, bu değerlere ait salınım genlikleri zamanla statik değere yaklaşarak kaybolmaktadır. Şekillerden de görüldüğü gibi, sönüm oranının artırılması durumunda titreşim genlikleri statik değere daha çabuk yaklaşmaktadır.

4.4.2.2. İmpulsif Sinüs Tipi Yükleme Durumu

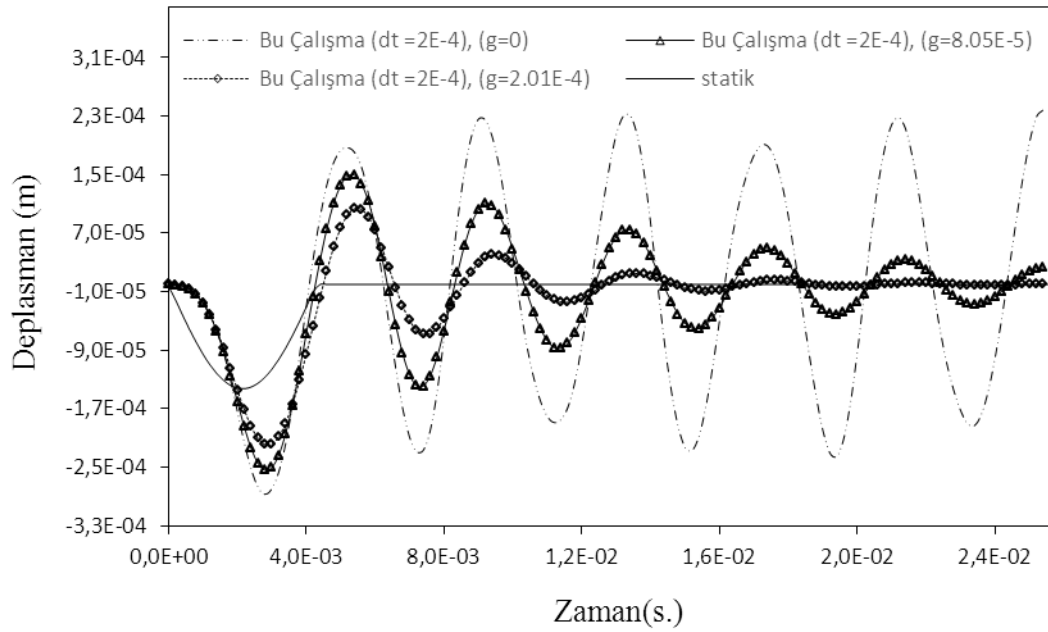
Kubbeye bu aşamada Şekil 4.46b.'deki gibi impulsif sinüs yükü uygulanmıştır. Bu örnekte 29 nolu düğüm noktasına ait düşey deplasmanın ve 1 nolu düğüm noktasına ait σ_r gerilmesinin zamana göre değişimleri elde edilmiştir. Bu problemin çözümü Laplace uzayında 128 adım ($dt=2.0 \text{ E-4s.}$) için ve ANSYS paket programı ile 512 adım ($dt = 5.0 \text{ E-5s.}$) için yapılmıştır. Çözümlerden elde edilen sonuçlar grafikler üzerinde karşılaştırılmıştır.



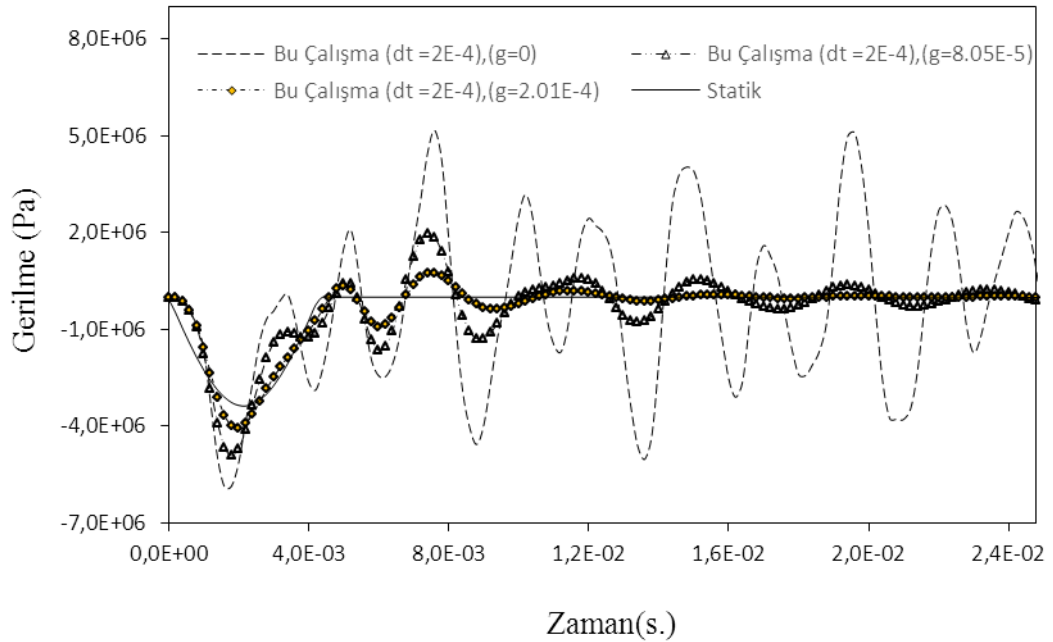
Şekil 4.56. İmpulsif sinüs tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki düşey deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması



Şekil 4.57.İmpulsif sinüs tipi yükleme için kubbenin ortasında kalınlığının alt noktasında σ_z gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması



Şekil 4.58. İmpulsif sinüs tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi



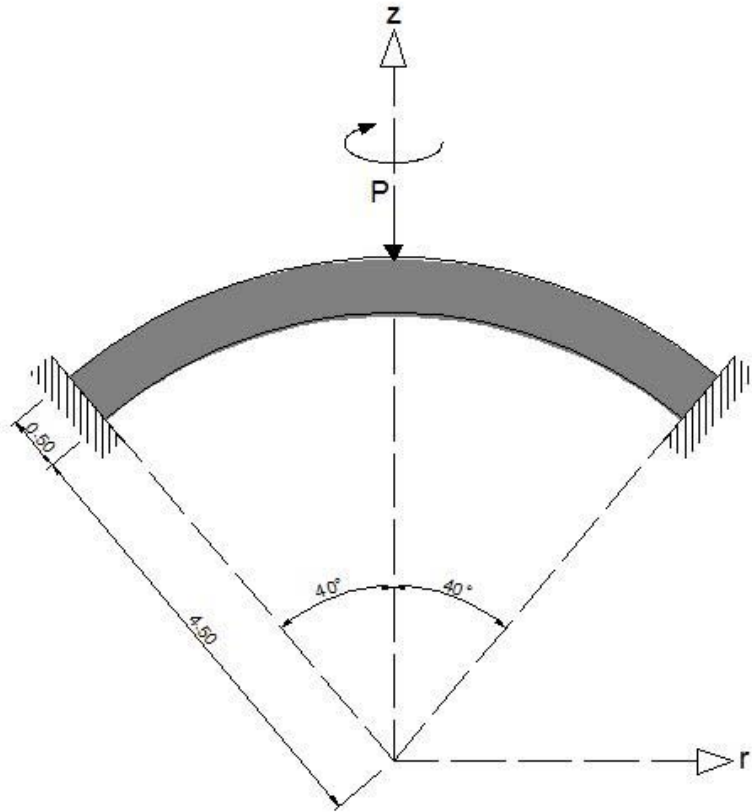
Şekil 4.59.İmpulsif sinüs tipi yükleme için kubbenin ortasında kalınlığının alt noktasında σ_r gerilmesinin zamanla değişimi

Adım tipi yükleme durumunda Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.0002s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasmanın ve σ_x gerilmesinin zamana göre değişimleri ile, ANSYS programı ile sık zaman artımı (0.00005s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasmanın ve σ_x gerilmesinin zamana göre değişimlerinin birbirine çok yakın olduğu belirtilmiştir. Bu nedenle impulsif sinüs tipi yükleme durumunda sadece bu zaman artım miktarları için düşey deplasman ve σ_x gerilmesinin zamana göre değişim grafikleri Şekil 4.56. - 57.'de gösterilmiştir.

Elastik çözüm ve çeşitli sönüm oranları için viskoelastik çözümler ile statik çözüm Şekil 4.58. – 59. üzerinde birlikte gösterilmiştir. Beklendiği gibi, elastik – dinamik davranışa ait düşey deplasmanlar ve σ_x gerilmeleri statik değerler etrafında salınma devam ederken; viskoelastik durumda ise, bu değerlere ait salınım genlikleri zamanla statik değere yaklaşarak kaybolmaktadır. Şekillerden de görüldüğü gibi sönüm oranının artırılması durumunda titreşim genlikleri statik değere daha çabuk yaklaşmaktadır.

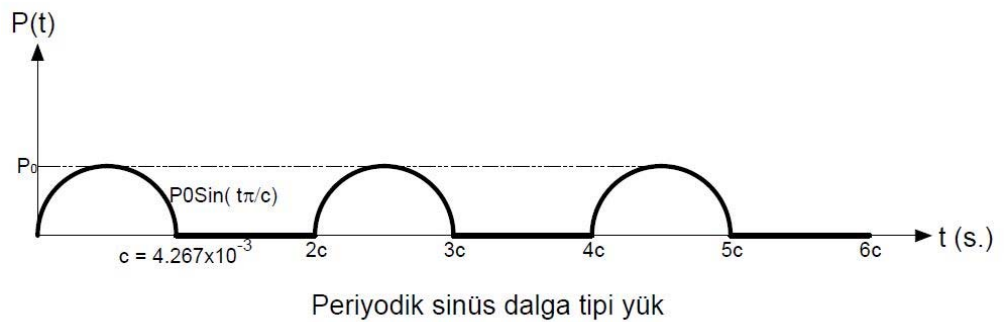
4.5. Ortasından Tekil Yüklü Kubbe

Bu uygulamada ortasından tekil yük ile yüklenmiş ve kenarlarından ankastre mesnetlenmiş kubbe ele alınmıştır. Ele alınan kubbenin geometrisi: yarıçapı, $r = 4.50$ m, $\theta = 40^\circ$, kalınlığı, $t = 0.50$ m, malzeme özellikleri ise: Poisson oranı, $\nu = 0.3$, kütleli yoğunluğu, $\rho = 7850$ kg/m³ ve Elastisite Modülü, $E = 2 \times 10^{11}$ N/m² alınmış olup, kubbeye $P_0 = 1 \times 10^7$ N tekil yük etki etmektedir. Kubbenin geometrisi Şekil 4.60.'de gösterilmiştir. Bu problem ile ilgili sonlu eleman ağı ise Şekil 4.44.'de verilmiştir. Bu çalışmada bulunan değerler ANSYS programıyla bulunan değerler ile karşılaştırılmıştır.



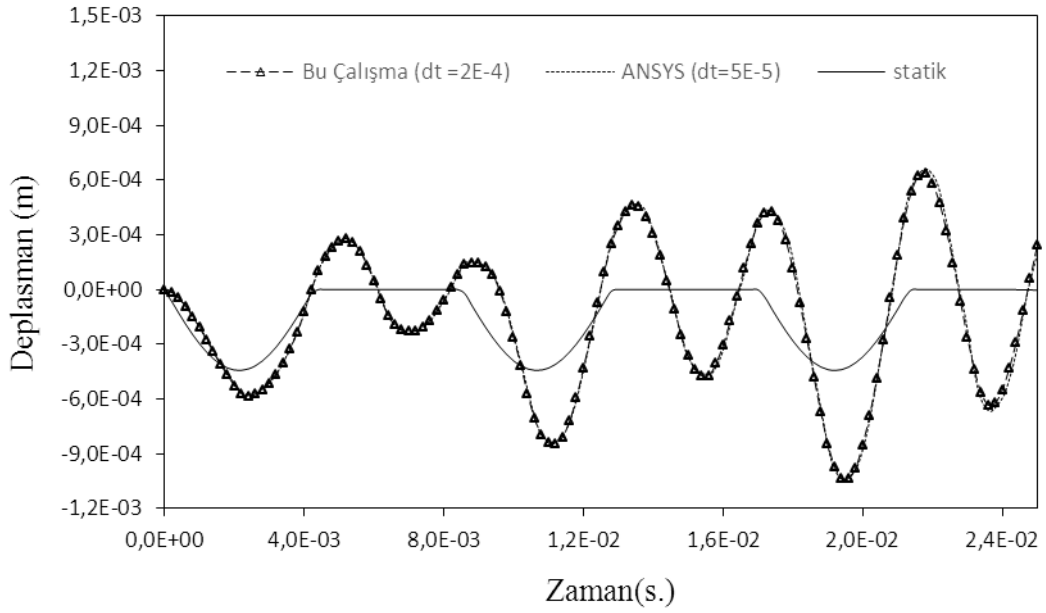
Şekil 4.60. Kubbenin geometrisi

Kubbe ortasına etki eden dinamik yük fonksiyonu şekil 4.61.'de verilmiştir.

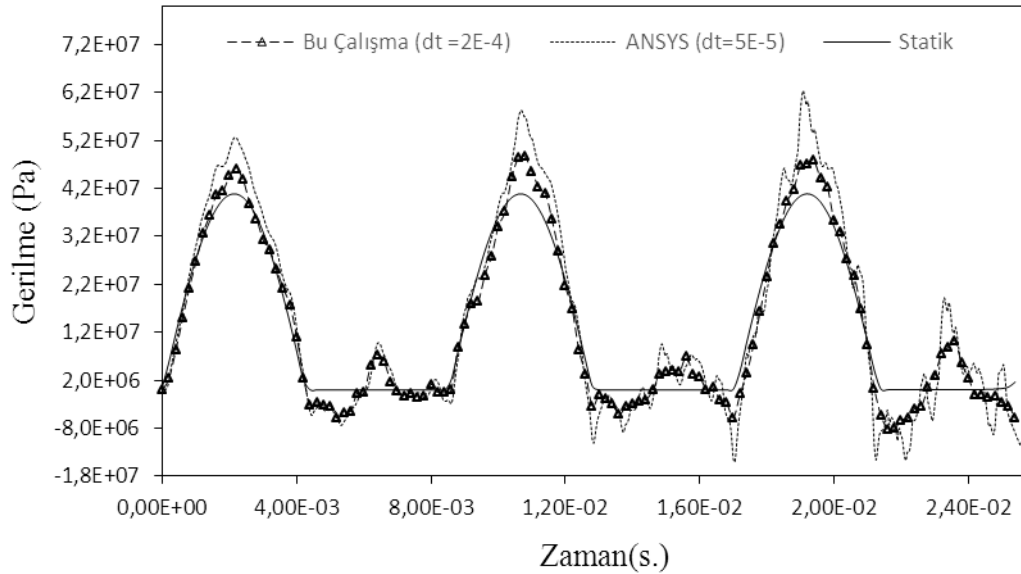
Şekil 4.61. Dinamik yük fonksiyonu ($P_0 = 1 \times 10^7$ N)

Bu örnekte 29 nolu düğüm noktasına ait düşey deplasman ve 1 nolu düğüm noktasına ait σ_x gerilmesinin zamana göre değişimleri elde edilmiştir. Bu problemin

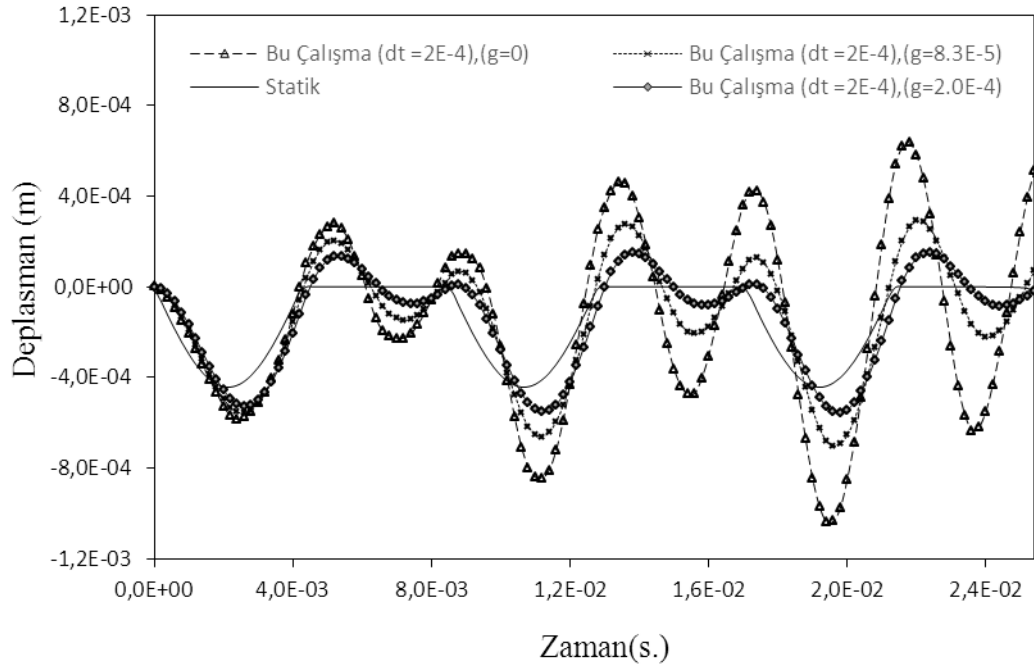
çözümü Laplace uzayında 128 adım ($dt=2.0 \text{ E-4s.}$) için ve ANSYS paket programı ile 512 adım ($dt = 5.0 \text{ E-5s.}$) için yapılmıştır. Çözümlerden elde edilen grafikler aşağıda karşılaştırılmıştır.



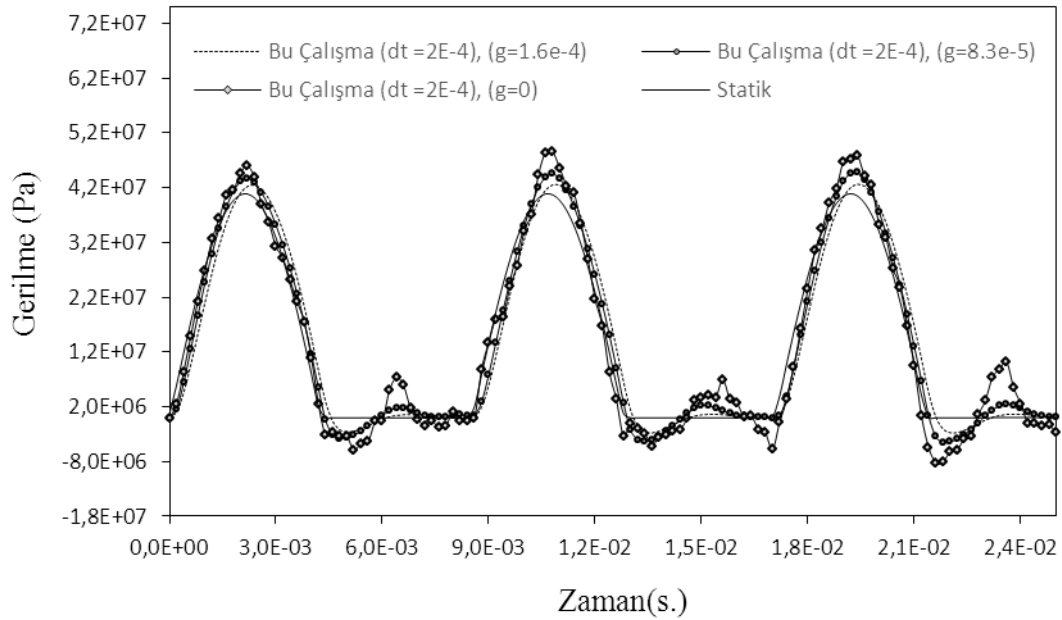
Şekil 4.62. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması



Şekil 4.63. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için kubbe ortasında kalınlığının altındaki σ_r gerilmesinin zamanla değişiminin karşılaştırılması



Şekil 4.64. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için kubbe kalınlığının ortasındaki deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.65. Periyodik sinüs dalga tipi yükleme için kubbe ortasında kalınlığının altındaki σ_r gerilmesinin zamanla değişimi

Adım tipi ve impulsif sinüs tipi yükleme durumlarında Laplace uzayında kaba zaman artımı (0.0002s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasman ve σ_x gerilmesinin zamana göre değişimleri ile, ANSYS programı ile sık zaman artımı (0.00005s.) kullanılarak elde edilen düşey deplasman ve σ_x gerilmesinin zamana göre değişimlerinin birbirine çok yakın olduğu belirtilmişti. Bu nedenle periyodik sinüs dalga tipi yüklemem durumunda sadece yukarıda sözü edilen zaman artım miktarları için düşey deplasman ve σ_x gerilmesinin zamana göre değişim grafikleri Şekil 4.62. - 63.'te gösterilmiştir.

Elastik çözüm ve çeşitli sönüm oranları için viskoelastik çözümler ile statik çözüm Şekil 4.64. üzerinde birlikte gösterilmiştir. Beklendiği gibi, elastik durumda dinamik davranışa ait düşey deplasmanlar statik değerler etrafında salınma devam ederken; viskoelastik durumda ise, bu değerlere ait salınım genlikleri zamanla statik değere yaklaşarak kaybolmaktadır. Şekillerden de görüldüğü gibi, sönüm oranının artırılması durumunda titreşim genlikleri statik değere daha çabuk yaklaşmaktadır.

Viskoelastik durumda deplasmanların salınım genlikleri sönüm oranları artıkça belirgin bir şekilde azalırken, Şekil 4.65'de görüldüğü gibi, viskoelastik çözümlerden elde edilen gerilmeler, statik ve elastik gerilmelere yakın davranış göstermektedir. Bu problemde gerilmeler üzerinde sönümün etkisi belirgin değildir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada eksenel simetrik yüklemeye maruz kalan, eksenel dönel simetrik geometriye sahip izotropik cisimler ile ilgili problemler, iki boyutlu basit problemler olarak ele alınmıştır. Elastik ve viskoelastik malzeme durumları için eksenel dönel simetrik cisimlerin statik davranışı ve Laplace uzayında dinamik davranışı sonlu elemanlar metodu yardımıyla araştırılmıştır. Elde edilen çözümler ANSYS (bu programda hareket denklemi Newmark metodu ile çözülmektedir). yardımıyla elde edilen çözümler ile karşılaştırılmıştır. Sistemi idare eden hareket denklemi sonlu elemanlar metodu kullanılarak zaman uzayında elde edilmiştir. Ardından, sistem hareket denklemini Laplace dönüşümü uygulanarak elde edilen lineer cebrik denklem takımı bir dizi Laplace parametresi için dönüşmüş uzayda çözülmektedir. Bu tezde, viskoelastik malzeme için Kelvin sönüm modeli uygulanmıştır. Viskoelastik malzeme durumunda elastik sabitler, elastik-viskoelastik analogisi yardımıyla, Laplace uzayında kompleks karşılıkları ile yer değiştirmektedir. Laplace uzayından zaman uzayına dönüşüm için Durbin'in modifiye edilmiş ters Laplace metodu kullanılmıştır. Bu tezde önerilen metodun esasları doğrultusunda aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

Laplace dönüşüm uygulanarak, dinamik problem statik hale dönüşmekte ve böylece Laplace uzayında elde edilen lineer denklem takımı sayısal olarak çözülebilmektedir. Zaman uzayına geçiş için etkin bir sayısal ters Laplace dönüşüm metodu kullanılmıştır. Dinamik yükleme altındaki problemlerde sönüm etkisi Laplace uzayında kolay bir şekilde ele alınabilmektedir. Ayrıca, Laplace uzayındaki çözümlerde doğal titreşim periyotları ve mod şekillerine de ihtiyaç duyulmamaktadır.

Bu çalışmada önerilen metod ile kaba zaman artım miktarları kullanılarak elde edilen deplasman ve gerilme değerlerinin, ANSYS programı yardımıyla sık zaman artım miktarları kullanılarak elde edilen değerlere oldukça yakın olduğu görülmüştür.

Viskoelastik durumda deplasman ve gerilme değerlerine ait salınım genlikleri zamanla statik değere yaklaşarak kaybolmaktadır. Sönüm oranının artırılması

durumunda salınımına ait genlikler statik değere daha çabuk yaklaşmaktadır. Genel olarak, viskoelastik malzemeye sahip izotropik eksenel dönel simetrik cisimlerin dinamik davranışları belirli bir süre sonra sönümlenerek statik değere ulaşmaktadır.

Sonlu elemanlar ve Newmark metodunu birlikte kullanan ANSYS programı ile elde edilen çözümlerin doğruluğu zaman artım miktarının uygun olarak seçilmesine bağlıdır. Bu nedenle doğru zaman artım miktarının seçilmesi çok önemlidir. Bu tezde önerilen metod ile kaba zaman artım miktarları kullanılsa bile istenilen hassasiyete sahip çözümler elde edilebilmektedir. Bununla beraber, toplam çözüm süreleri de dikkate değer bir oranda azalmaktadır.

Sonuç olarak bu tezde önerilen metodun ANSYS programının kullandığı Newmark (adım adım intergrasyon metoduna) göre daha etkin olduğu örnekler üzerinde gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

ANSYS ® Mechanical APDL

BATHE, K. J. and WILSON, E.L., 1976. Numerical methods in finite element analysis. Prentice Hall, Englewood Cliffs.

BHIMARADDI, 1987. Static and transient response of cylindrical shells. Thin-Walled Struct., 19:763 – 765.

BHUTA, P.G., 1963. Transient response of a thin elastic cylindrical shell to a moving shock wave. J.Acount.Soc.A., 35:25 – 30

BOLEY, B.A. and WEINER, J.H., 1960. Theory of thermal stresses. John Wiley & Sons, New York.

BRIGHAM, E.O., 1974. The fast Fourier transform. Prentice Hall, New Jersey.

CASIMIR, J.B., NGUYEN, M.C., TAWFIQ, I., 2007. Thick shells of revolution: Derivation of stiffness matrix of continuous elements and application to a tested cylinder, Comput. Struc., 85:1845 – 1857

CHANDRUPATLA, T.R. and BELEGUNDU, A.D., 2002. Introduction to finite elements in engineering. Prentice Hall, New Jersey.

COOK, R.D., MALKUS, D.S., PLESHA, E.M. and WITT, R.J., 2002. , Concepts and applications of finite element analysis. John Wiley & Sons, New York.

DURBIN, F., 1974. Numerical inversion of Laplace transforms: an efficient improvement to dubner and abate's method. Comput. J., 17:371 – 376.

GIBSON, J.E., 1980., Thin shells computing and theory. Pergamon Press, London.

JAWAD, M.H., 1994. Theory and design of plate and shell structures. Chapman & Hall, New York – London.

KHADIMALLAH, M.A., CASIMIR, J.B. and CHAFRA, M., 2009. Dynamic stiffness matrix of an axisymmetric shell and response to harmonic distributed loads. Comput. Struc., 89:465 – 475.

NARAYANAN, G.V., 1979. Numerical operational methods in structural dynamics. Ph.D. thesis. University of Minnesota, Minneapolis.

ÖZDEN, K., 1975. Dönel kabuklar. Matba teknisyenleri, İstanbul.

- PEKEL, H., KELEŞ, I., TEMEL, B. and TÜTÜNCÜ, N., 2011. Transient response of FGM pressure vessels. In: Springer proceedings in Physics 139. Vibration problems ICOVP, 315 – 320.
- POLAT, C. and CALAYİR, Y., 2010. Nonlinear static and dynamic analysis of shells of revolution. *Mechanics Research Communications*, 37:205 – 290.
- QATU, M.S., 2004. *Vibration of laminated shells and plates*. Elsevier Academic Press.
- ROSS, C.T.F., 1984. *Finite element programs for axisymmetric problems in engineering*. John Wiley & Sons, New York.
- SANTOS, H., SOARES, C.M.M., SOARES, C.A.M. and REDDY, N.J., 2005. A semi-analytical finite element method for the analysis of 3D axisymmetric shells: bending, free vibration and buckling.
- SETOODEH, A.R., TAHANI, M. and SELAHI, E., 2011. Hybrid layerwise-differential quadrature transient dynamic analysis of functionally graded axisymmetric cylindrical shells subjected dynamic pressure. *Comp. Struc.*, 93:2663 – 2670.
- SHEN, J., 1965. The response of a thin cylindrical shell to transient surface loading. *AIAA Journal*, Vol.3, No.3.
- SHIN, L.Y., DU, L.K., 1995. On the dynamic of laminated circular cylindrical shells under impulsive loads. *Tae-Jon*, 350 – 764, Korea.
- SOFIYEV, A.H., 2010. Dynamic response of a FGM cylindrical shell under moving loads. *Comp. Struct.*, 93:58 – 66.
- STANLEY, A.J. and GANESAN, N., 1994. Impulsive response of cantilever cylindrical shells with discontinuity in thickness subjected to axisymmetric loads. *Comput. Struct.*, 57:623 – 634.
- ŞAHAN, M.F., 2012. *Viskoelastik kompozit plakların Laplace uzayında dinamik analizi*. Doktora tezi, Çukurova Üniversitesi, Adana.
- TEMEL, B., 2003. Transient analysis of viscoelastic helical rods subject to time independent loads. *Int. J. Solids Struct.*, 41:1605 - 1624.
- TEMEL, B., ÇALIM, F.F. and TÜTÜNCÜ, N., 2004. Quasi-static and dynamic response of viscoelastic helical rods. *J. Sounds Vib.*, 271:921 - 935.

- TEMEL, B. and ŞAHAN, M.F., 2013a. Transient analysis of orthotropic, viscoelastic thick plates in the Laplace domain. *Eur. J. of Mech. A/Solids*, 37:96 - 105.
- TEMEL, B. and ŞAHAN, M.F., 2013b. An alternative solution method for the damped response of laminated Mindlin plates. *Composites: Part B*, 47:107 - 117.
- WEAVER, W. and JOHNSTON, P., 1984. *Finite elements for structural analysis*. Prentice Hall, New Jersey.
- WOLFRAM RESEARCH, Inc. 2008. *Mathematica*, version 7.0. Champaign, IL

ÖZGEÇMİŞ

16/05/1987 yılında Wardak/Afganistan’da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Kabil’de tamamladı. 2007 yılında başladığı Çukurova Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği ve Çevre Mühendisliği Bölümlerinden 2011 yılında çift anadal yaparak mezun oldu. Aynı yılda Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Bölümü Mekanik Anabilim Dal’ında Yüksek Lisansa başladı.

EKLER

EK 1: Durbin'in Modifiye Edilmiş Sayısal Ters Laplace Dönüşüm Metodu

Sistem davranışını idare eden diferansiyel denklemlerin çözümleri Laplace uzayında gerçekleştirilmekte ve zaman uzayındaki gerçek çözümlere geçmek için ise “Fast Fourier Transform (FFT)” alt-programına dayalı Durbin'in modifiye edilmiş ters dönüşüm algoritması uygulanmaktadır. Durbin'in modifiye edilmiş ters dönüşüm algoritması aşağıda özetlenmiştir.

$$f(t_j) \cong \frac{2e^{aj\Delta t}}{T} \left[-\frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{F}(a)\} + \operatorname{Re}\left\{ \sum_{k=0}^{N-1} (A(k) + iB(k)) e^{\left(i\frac{2\pi}{N}\right)jk} \right\} \right] \quad (\text{Ek 1.1})$$

$$A(k) = \sum_{l=0}^L \operatorname{Re}\left\{ \bar{F}\left(a + i(k + lN)\frac{2\pi}{T}\right) \right\} \quad (\text{Ek 1.2})$$

$$B(k) = \sum_{l=0}^L \operatorname{Im}\left\{ \bar{F}\left(a + i(k + lN)\frac{2\pi}{T}\right) \right\} \quad (\text{Ek 1.3})$$

Burada i kompleks sayı olup, $s_k = a + i\frac{2\pi k}{T}$, k nıncı Laplace dönüşüm parametresini göstermektedir. T , çözüm aralığı olmak üzere, N adet eşit zaman aralığı, $t_j = j\Delta t = jT / N$, ($j=0, 1, 2, \dots, N-1$) için $f(t)$ hesaplanmaktadır. (Ek 1.1) eşitliğinde görülen,

$$\sum_{k=0}^{N-1} [A(k) + iB(k)] e^{\left(i\frac{2\pi}{N}\right)jk} \quad (\text{Ek 1.4})$$

toplam ifadesi, FFT alt programı (Brigham, 1974) yardımıyla hesaplanmaktadır. (Ek 1.1) ifadesi Narayanan (1979)'ın önerdiği şekilde aşağıdaki gibi modifiye edilmektedir.

$$f(t_j) \cong \frac{2e^{aj\Delta t}}{T} \left[-\frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{F}(a)\} + \operatorname{Re}\left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \{\bar{F}(s_k) L_k\} e^{\left(i\frac{2\pi}{N}\right)jk} \right\} \right] \quad (\text{Ek 1.5})$$

Laplace uzayında hesaplanan $\overline{F}(s_k)$ teriminin her bir ayrık değeri Lancsoz (L_k) katsayısı ile çarpılarak çok daha etkin ters dönüşümler elde edilebilmektedir. Bu katsayı,

$$L_k \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = 0 \text{ için, } L_o = 1 \\ k > 0 \text{ için, } L_k = \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{N}\right)}{\frac{k\pi}{N}} \end{array} \right\} \quad (\text{Ek 1.6})$$

Olarak verilmektedir. İlgili kaynakta, kapalı Laplace ifadesi verilen bir fonksiyonun ters dönüşümleri yapılırken, $5 \leq aT \leq 10$ aralığında iyi sonuçlar verdiği belirtilmiştir. Bu çalışmada $aT = 6$ olarak alınmıştır.

Eğer $f(t)$ fonksiyonunun kapalı Laplace dönüşümü bilinmiyorsa, bu fonksiyonun $t_n = n\Delta t$ noktalarında elde edilen ayrık değerlerinin Laplace dönüşümü aşağıdaki şekilde yapılmaktadır.

$$\overline{F}(s_k) = \sum_{n=0}^{N-1} [f(t_n) e^{-atn}] e^{-i \frac{2\pi nk}{N}} \quad (\text{Ek 1.7})$$

Yukarıdaki ifade ile verilen ayrık Laplace dönüşümü, FFT alt – programı yardımı ile hesaplanmaktadır.

EK 2: Düzlemsel Elastisite Problemlerinin Statik Analizi İçin Paket Program

Statik yükleme hali için FORTRAN dilinde, bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Program, düzlem gerilme/şekil değiştirme ve eksenel dönel simetrik hallerini ayrı ayrı göz önüne alabilmektedir. Her üç hal için sonlu elemanlara ait rijitlik matrisi ve yük vektörleri oluşturulmakta ve kodlama tekniği ile bant tipinde sistem rijitlik matrisi ve yük vektörü teşkil edilmektedir. Veri dosyalarındaki bilgiler serbest formatla okutulmakta ve programda, tüm işlemler çift hassasiyette yapılmaktadır.

Statik yükleme altında düzlemsel elastisite problemlerinin çözümü için sekiz düğümlü kuadratik sonlu eleman kullanılarak, **DUZES** isimli bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Sonlu eleman rijitlik matrisi hesabı için ihtiyaç duyulan integraller, bilgisayar programında, Gauss sayısal integral yöntemi ile yapılmaktadır

DUZES PROGRAMI İÇİN VERİ HAZIRLAMA KILAVUZU

Not: Altı çizilmiş bulunan satırlar veri dosyasına yazılmaktadır.

DATA BÖLÜMÜ NO: 1

İSİM

Çıktı dosyasında problemi tanıtmak içindir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 2 Kontrol bilgileri

NELP IDS IPSN

NELP: Toplam sonlu eleman sayısı

IDS : Toplam düğüm sayısı

IPSN = 0, Eksenel dönel simetrik hal için

= 1, Düzlem gerilme hali için

= 2, Düzlem şekil değiştirme hali için, olarak verilmelidir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 3 Malzeme bilgileri

MCS

ID ELAS(ID) RO(ID) ANU(ID) TP(ID) (ID =1,MCS)

MCS : Malzeme çeşidi sayısı
ID : Malzeme çeşidi no
ELAS(ID) : Elastisite modülü
RO(ID) : Kütlesel yoğunluk (Ağırlık yükünden çözüm yapılırsa)
ANU(ID) : Poisson oranı
TP(ID) : Kalınlık
Not : Yukarıdaki bilgiler malzeme çeşidi sayısı kadar alt alta verilmelidir!

DATA BÖLÜMÜ NO: 4 Sınır şartları

ILK IU IV (Sınır şartları tek tek tanımlanacaksa)

ve/veya

ILK ISON IART IU IV (Türetme yapılacaksa)

:

ILK : İlk düğüm no

ISON : Son düğüm no

IART : Düğüm noları artım miktarı

IU : Yatay yer değiştirme (Serbest ise, IU=1, tutuluyor ise, IU=0)

IV : Düşey yer değiştirme (Serbest ise, IV=1, tutuluyor ise, IV=0)

: : Yukarıdaki bilgiler sınır şartları bitinceye kadar tekrarlanmalı ve
bittikten sonra da bir alt satırın başına, “:” konmalıdır!

Not : Önce tüm düğümlerde deplasmanlar serbestmiş gibi tanımlanmalı ve sonra
da tutulan düğümler tarif edilmelidir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 5 Eşleştirme bilgileri (Eşleştirme gerekmiyorsa bu bölümü
atlayınız!)

ILK IDU IDV (Eşleştirmeler tek tek tarif edilecekse)

ve/veya

ILK ISON IART IDU IDV (Türetme yapılacaksa)

⋮

ILK : İlk düğüm no

ISON : Son düğüm no

IART : Düğüm noları artım miktarı

IDU : Yatay yer değiştirme için eşleştirilmek istenen düğüm no

IDV : Düşey yer değiştirme için eşleştirilmek istenen düğüm no

: : Yukarıdaki satır, eşleştirme bilgileri bitinceye kadar tekrarlanmalı ve
bittikten sonra da bir alt satırın başına, “⋮” konmalıdır!

Not : Eşleştirilmesi gerekmeyen doğrultudaki deplasmana **0** (sıfır) yazılmalıdır!

DATA BÖLÜMÜ NO: 6 SONLU eleman bilgileri

SONLU elemanların tarifleri bir satırda bulunan bilgi sayısına göre yapılmaktadır.

6a) Mevcut satırda **14** bilgi varsa (türetme yapılacaksa):

ILK NBS N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 NBX NBY ML MG

6b) Mevcut satırda **6** bilgi varsa (malzemesi geometrisi farklı olan bölge için yeniden türetme):

ILK NBS NBX NBY ML MG

6c) Mevcut satırda **11** bilgi varsa (sonlu elemanlar tek tek tanımlanacaksa):

ILK N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 ML MG

⋮

şeklinde yapılmalıdır.

ILK : Bölgedeki ilk eleman no

NBS : Bölgedeki son eleman no

N1,...,N8 : Sonlu eleman tarifi (Şekil 2.7 ye veya Şekil 2.12 ye bakınız).

NBX : x- yönünde bölme sayısı

NBY : y- yönünde bölme sayısı

ML : Malzeme çeşidi no

MG : Geometri no (Sonlu elemanlarda, MG, 1 verilmelidir. MG=-1 verilirse çözüm bölgesinde bulunan boşluklar çıkarılmış veya bu boşlukların sistem matrisine katkısı yapılmamış olur. Boşluk içinde olan bölgedeki düğümlerin deplasmanları da tutulu olarak tanımlanmalıdır!)

: : Sonlu elemanların tarifleri ile ilgili bilgiler bitinceye kadar yukarıdaki satırlar

(6a, 6b ve 6c nin sırası değişebilir) tekrarlanmalı ve bittikten sonra da bir alt satırın başına, “.” konmalıdır!

DATA BÖLÜMÜ NO: 7 Düğüm koordinatları satırı

NDAIRE NDOGRU

7a) Eğer NDAIRE=0 ise, bu kısmı atlayınız!

Dairesel bir bölge üzerinde türetme ile koordinat tarifi:

ILK NBS NBX NBY XAI YAI XAS YAS XUS YUS

XUI YUI

Dairesel bir çizgi üzerinde koordinat tarifi (tek tek yada türetme ile):

I X Y

I X Y KR

:

7b) Eğer NDOGRU=0 ise, bu kısmı atlayınız!

Dikdörtgen bir bölge üzerinde türetme ile koordinat tarifi:

ILK NBS NBX NBY XAI YAI XAS YAS XUS YUS

XUI YUI

Doğrusal bir çizgi üzerinde koordinat tarifi (tek tek yada türetme ile):

I X Y

I X Y KR

:

NDAIRE : Dairesel koordinat tarifleri yapılacaksa NDAIRE=1, yapılmayacaksa, NDAIRE=0 yazılmalı

NDOGRU : Doğrusal koordinat tarifleri yapılacaksa NDOGRU=1, yapılmayacaksa, NDOGRU=0 yazılmalı

Dairesel veya doğrusal bölgede koordinat türetimi için değişkenler:

ILK : Türetme yapılacak bölgede ilk elemanın no (bölge içinde sol alt köşede)
NBS : Türetme yapılacak bölgede son elemanın no (bölge içinde sağ üst köşede)
NBX : Sağa doğru bölme sayısı
NBY : İleriye doğru bölme sayısı
XAI : Bölgede sol alt köşenin x- koordinatı
YAI : Bölgede sol alt köşenin y- koordinatı
XAS : Bölgede sağ alt köşenin x- koordinatı
YAS : Bölgede sağ alt köşenin y- koordinatı
XUS : Bölgede sağ üst köşenin x- koordinatı
YUS : Bölgede sağ üst köşenin y- koordinatı
XUI : Bölgede sol üst köşenin x- koordinatı
YUI : Bölgede sol üst köşenin y- koordinatı

Çizgisel türetme halinde koordinat tarifi için değişkenler:

I : Düğüm no
X : Düğümün x- koordinatı
Y : Düğümün y- koordinatı
KR : Türetme olması halinde düğüm no artım miktarı
Not : Türetme yapılması halinde KR değişkeni bulunmayan satır ilk düğüm nosunu, diğeri son düğüm nosunu göstermektedir.
: : Koordinat tarifleri ile ilgili bilgiler bitinceye kadar yukarıdaki satırlar (sırası değişebilir) tekrarlanmalı ve bittikten sonra da bir alt satırın başına, “:” konmalıdır !

DATA BÖLÜMÜ NO: 8 Arananlar(istenenler) ile ilgili bilgiler

ILKDN ISONDN IDART

IELN ISONEL IEART IG

Aranan deplasmanlar ile ilgili değişkenler:

ILKDN : İlk düğüm no

ISONDN : Son düğüm no

IDART : Düğüm noları artım miktarı

Aranan gerilmeler ile ilgili değişkenler:

IELN : İlk eleman no

ISONEL : Son eleman no

IEART : Eleman noları artım miktarı

IG : Gerilmeler, elemanların düğüm noktalarında hesaplanacaksa IG=1,
Gauss noktalarında hesaplanacaksa IG=0 yazılmalıdır.

DATA BÖLÜMÜ NO: 9 Yükleme bilgileri

NTYS NYPS

NTYS =0 ise, bu satırı atlayınız!

ITYDN(I) XFX(I) XFY(I) (I=1,NTYS)

NYPS =0 ise, bu satırı atlayınız!

IYPN(ID) IKN(ID) FN(ID,1) FN(ID,2) FN(ID,3) FN(ID,4) FN(ID,5)

FN(ID,6)

(ID=1,NYPS)

NTYS : Tekil yük bulunan düğüm sayısı

NYPS : Kenarında yayılı yük bulunan sonlu eleman sayısı

Düğümlere etkiyen tekil yük durumu:

ITYDN(I) : Tekil yük bulunan düğüm no

XFX(I) : Tekil yükün yatay bileşeni

XFY(I) : Tekil yükün düşey bileşeni

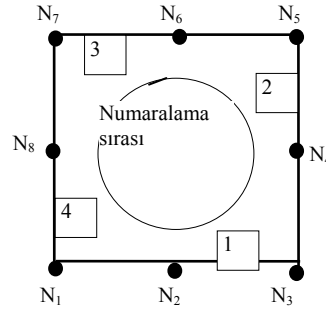
Sonlu eleman kenarlarındaki yayılı yük durumu:

IYPN(ID) : Kenarında yayılı yük bulunan sonlu eleman no

IKN(ID) : Yayılı yük bulunan sonlu elemanın kenar numarası (**Şekil a** ya bakınız.)

FN(ID,1) FN(ID,2) FN(ID,3) : Elemanda yayılı yük (gerilme) bulunan kenara ait düğümlerdeki yükün (gerilmenin) **normal** bileşenleridir. Bunlar, saat akrebi tersi yönünde bir sıra ile tarif edilmeli ve yükün normal bileşenlerinin etkime yönü eleman kenarına doğru ise, “+” alınmalıdır.

FN(ID,4) FN(ID,5) FN(ID,6) : Elemanda yayılı yük (gerilme) bulunan kenara ait düğümlerdeki yükün (gerilmenin) **teğetsel** bileşenleridir. Bunlar, saat akrebi tersi yönünde bir sıra ile tarif edilmeli ve yükün teğetsel bileşenlerinin etkime yönü eleman numaralama yönünde ise, işareti “+” alınmalıdır.



Şekil Ek-2.1. Sonlu elemanda numaralama sırası

Gerilme bileşikleri, çıktılarda tablodaki sıraya göre verilmektedir (**Şekil Ek-2.1.a** bakınız).

	Düzlem gerilme/şekil değiştirme			Eksenel dönel simetrik hal			
Düğüm no:	σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_x	σ_y	σ_θ	τ_{xy}
N ₁	1	2	3	1	2	3	4
N ₈	4	5	6	5	6	7	8
N ₇	7	8	9	9	10	11	12
N ₂	10	11	12	13	14	15	16
Orta noktada	13	14	15	17	18	19	20
N ₆	16	17	18	21	22	23	24
N ₃	19	20	21	25	26	27	28
N ₄	22	23	24	29	30	31	32
N ₅	25	26	27	33	34	35	36

Ek 3: Düzlemsel Elastisite Problemlerinin Dinamik Analizi İçin Paket Program

Dinamik yükleme hali için FORTRAN dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Program düzlem gerilme/şekil değiştirme ve eksenel dönel simetrik hallerini ayrı ayrı göz önüne alabilmektedir. Her üç hal için sonlu elemanlara ait rijitlik matrisi ve yük vektörleri oluşturulmakta ve kodlama tekniği ile bant tipinde sistem rijitlik matrisi ve yük vektörü teşkil edilmektedir. Veri dosyalarındaki bilgiler serbest formatla okutulmakta ve programda, tüm işlemler çift hassasiyette yapılmaktadır.

Zamanla keyfi olarak değişen dinamik yükleme durumunda düzlemsel elastisite problemlerinin çözümü için sekiz düğümlü kuadratik sonlu eleman kullanılarak **DUZESV** isimli bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Eleman rijitlik ve kütle matrislerinin hesabı için ihtiyaç duyulan integraller, “Gauss Quadrature” sayısal integral yöntemi ile yapılmaktadır. Çözümler Laplace dönüşüm uzayında yapılmaktadır. Malzeme bünyesi homojen, izotrop, lineer elastik veya viskoelastik kabul edilmektedir. Viskoelastik malzeme durumunda malzeme sabitleri, elastik-viskoelastik analogisi yardımıyla Laplace uzayında kompleks karşılıkları ile yer değiştirilmektedir. Elde edilen çözümler Durbin’in sayısal ters Laplace dönüşüm tekniği kullanılarak zaman uzayına dönüştürülmektedir.

DUZESV PROGRAMI İÇİN VERİ HAZIRLAMA KILAVUZU

Not: Altı çizilmiş bulunan satırlar veri dosyasına yazılmaktadır.

DATA BÖLÜMÜ NO: 1

İSİM

Çıktı dosyasında problemi tanıtmak içindir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 2 Kontrol bilgileri

NELP IDS IPSN

NELP: Toplam sonlu eleman sayısı

IDS : Toplam düğüm sayısı

IPSN = 0, Eksenel dönel simetrik hal için

= 1, Düzlem gerilme hali için

= 2, Düzlem şekil değiştirme hali için, olarak verilmelidir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 3 Malzeme bilgileri

MCS

ID ELAS(ID) RO(ID) ANU(ID) TP(ID) SV(ID)

(ID

=1,MCS)

MCS : Malzeme çeşidi sayısı

ID : Malzeme çeşidi no

ELAS(ID) : Elastisite modülü

RO(ID) : Kütleli yoğunluk

ANU(ID) : Poisson oranı

TP(ID) : Kalınlık

SV(ID) : Viskoz sönüm oranı

Not : Yukarıdaki bilgiler malzeme çeşidi sayısı kadar alt alta verilmelidir!

DATA BÖLÜMÜ NO: 4 Sınır şartları

ILK IU IV (Sınır şartları tek tek tanımlanacaksa)

ve/veya

ILK ISON IART IU IV (Türetme yapılacaksa)

:

ILK : İlk düğüm no

ISON : Son düğüm no

IART : Düğüm noları artım miktarı

IU : Yatay yer değiştirme (Serbest ise, IU=1, tutuluyor ise, IU=0)

IV : Düşey yer değiştirme (Serbest ise, IV=1, tutuluyor ise, IV=0)

: : Yukarıdaki bilgiler sınır şartları bitinceye kadar tekrarlanmalı ve

bittikten sonra da bir alt satırın başına, “:” konmalıdır!

Not : Önce tüm düğümlerde deplasmanlar serbestmiş gibi tanımlanmalı ve sonra da tutulan düğümler tarif edilmelidir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 5 Eşleştirme bilgileri (Eşleştirme gerekmiyorsa bu bölümü atlayınız!)

ILK IDU IDV (Eşleştirmeler tek tek tarif edilecekse)

ve/veya

ILK ISON IART IDU IDV (Türetme yapılacaksa)

:

ILK : İlk düğüm no

ISON : Son düğüm no

IART : Düğüm noları artım miktarı

IDU : Yatay yer değiştirme için eşleştirilmek istenen düğüm no

IDV : Düşey yer değiştirme için eşleştirilmek istenen düğüm no

: : Yukarıdaki satır, eşleştirme bilgileri bitinceye kadar tekrarlanmalı ve bittikten sonra da bir alt satırın başına, “:” konmalıdır!

Not : Eşleştirilmesi gerekmeyen doğrultudaki deplasmana **0** (sıfır) yazılmalıdır!

DATA BÖLÜMÜ NO: 6 SONLU eleman bilgileri

SONLU elemanların tarifleri bir satırda bulunan bilgi sayısına göre yapılmaktadır.

6a) Mevcut satırda **14** bilgi varsa (türetme yapılacaksa):

ILK NBS N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 NBX NBY ML MG

6b) Mevcut satırda **6** bilgi varsa (malzemesi geometrisi farklı olan bölge için yeniden türetme):

ILK NBS NBX NBY ML MG

6c) Mevcut satırda **11** bilgi varsa (sonlu elemanlar tek tek tanımlanacaksa):

ILK N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 ML MG

:

şeklinde yapılmalıdır.

ILK : Bölgedeki ilk eleman no

NBS : Bölgedeki son eleman no

N1,...,N8 : Sonlu eleman tarifi (Şekil 2.7 ye veya Şekil 2.12 ye bakınız).

NBX : x- yönünde bölme sayısı

NBY : y- yönünde bölme sayısı

ML : Malzeme çeşidi no

MG : Geometri no (Sonlu elemanlarda, MG, 1 verilmelidir. MG=-1 verilirse çözüm bölgesinde bulunan boşluklar çıkarılmış veya bu boşlukların sistem matrisine katkısı yapılmamış olur. Boşluk içinde olan bölgedeki düğümlerin deplasmanları da tutulu olarak tanımlanmalıdır!)

: : Sonlu elemanların tarifleri ile ilgili bilgiler bitinceye kadar yukarıdaki satırlar

(6a, 6b ve 6c nin sırası değişebilir) tekrarlanmalı ve bittikten sonra da bir alt satırın başına, “:” konmalıdır!

DATA BÖLÜMÜ NO: 7 Düğüm koordinatları satırı

NDAIRE NDOGRU

7a) Eğer NDAIRE=0 ise, bu kısmı atlayınız!

Dairesel bir bölge üzerinde türetme ile koordinat tarifi:

ILK NBS NBX NBY XAI YAI XAS YAS XUS YUS

XUI YUI

Dairesel bir çizgi üzerinde koordinat tarifi (tek tek yada türetme ile):

I X Y

I X Y KR

:

7b) Eğer NDOGRU=0 ise, bu kısmı atlayınız!

Dikdörtgen bir bölge üzerinde türetme ile koordinat tarifi:

ILK NBS NBX NBY XAI YAI XAS YAS XUS YUS

XUI YUI

Doğrusal bir çizgi üzerinde koordinat tarifi (tek tek yada türetme ile):

I X Y

I X Y KR

:

NDAIRE : Dairesel koordinat tarifleri yapılacaksa NDAIRE=1, yapılmayacaksa, NDAIRE=0 yazılmalı

NDOGRU : Doğrusal koordinat tarifleri yapılacaksa NDOGRU=1, yapılmayacaksa, NDOGRU=0 yazılmalı

Dairesel veya doğrusal bölgede koordinat türetimi için değişkenler:

ILK : Türetme yapılacak bölgede ilk elemanın no (bölge içinde sol alt köşede)

NBS : Türetme yapılacak bölgede son elemanın no (bölge içinde sağ üst köşede)

NBX : Sağa doğru bölme sayısı

NBY : İleriye doğru bölme sayısı

XAI : Bölgede sol alt köşenin x- koordinatı

YAI : Bölgede sol alt köşenin y- koordinatı

XAS : Bölgede sağ alt köşenin x- koordinatı

YAS : Bölgede sağ alt köşenin y- koordinatı

XUS : Bölgede sağ üst köşenin x- koordinatı

YUS : Bölgede sağ üst köşenin y- koordinatı

XUI : Bölgede sol üst köşenin x- koordinatı

YUI : Bölgede sol üst köşenin y- koordinatı

Çizgisel türetme halinde koordinat tarifi için değişkenler:

I : Düğüm no

X : Düğümün x- koordinatı

Y : Düğümün y- koordinatı

KR : Türetme olması halinde düğüm no artım miktarı

Not : Türetme yapılması halinde KR değişkeni bulunmayan satır ilk

düğüm nosunu, diğeri son düğüm nosunu göstermektedir.

: : Koordinat tarifleri ile ilgili bilgiler bitinceye kadar yukarıdaki satırlar
(sırası değişebilir) tekrarlanmalı ve bittikten sonra da bir alt satırın
başına, “:” konmalıdır !

DATA BÖLÜMÜ NO: 8 Arananlar(istenenler) ile ilgili bilgiler

NCDS

IDN

IPSAY NUC IG

IELP(IP) KUC(IP,I) (IP=1,IPSAY), (I=1,NUC)

NCDS : Çıktı deplasmanları için düğüm sayısı

IDN : Düğüm no/noları, alt alta yazılmalı!

IPSAY : Gerilme hesabı için sonlu eleman sayısı

NUC : Her bir elemanda hesaplanması istenilen gerilme bileşkesi sayısı

IG : Gerilmeler, elemanların düğüm noktalarında hesaplanacaksa IG=1, Gauss
noktalarında hesaplanacaksa IG=0 yazılmalıdır.

IELP(IP) : Gerilme hesabı istenilen eleman no/noları

KUC(IP,I): İlgili elemanda gerilme bileşkesi noları

DATA BÖLÜMÜ NO: 9 Yükleme bilgileri

NTYS NYPS

NTYS =0 ise, bu satırı atlayınız!

ITYDN(I) XFX(I) XFY(I) (I=1,NTYS)

NYPS =0 ise, bu satırı atlayınız!

IYPN(ID) IKN(ID) FN(ID,1) FN(ID,2) FN(ID,3) FN(ID,4) FN(ID,5)

FN(ID,6)

(ID=1,NYPS)

NTYS : Tekil yük bulunan düğüm sayısı

NYPS : Kenarında yayılı yük bulunan sonlu eleman sayısı

Düğümlere etkiyen tekil yük durumu:

ITYDN(I) : Tekil yük bulunan düğüm no

XFX(I) : Tekil yükün yatay bileşeni

XFY(I) : Tekil yükün düşey bileşeni

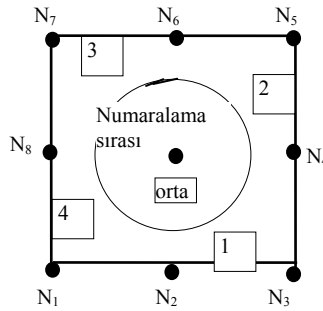
Sonlu eleman kenarlarındaki yayılı yük durumu:

IYPN(ID) : Kenarında yayılı yük bulunan sonlu eleman no

IKN(ID) : Yayılı yük bulunan sonlu elemanın kenar numarası (**Şekil a** ya bakınız.)

FN(ID,1) FN(ID,2) FN(ID,3) : Elemanda yayılı yük (gerilme) bulunan kenara ait düğümlerdeki yükün (gerilmenin) **normal** bileşenleridir. Bunlar, saat akrebi tersi yönünde bir sıra ile tarif edilmeli ve yükün normal bileşenlerinin etkiye yönü eleman kenarına doğru ise, “+” alınmalıdır.

FN(ID,4) FN(ID,5) FN(ID,6) : Elemanda yayılı yük (gerilme) bulunan kenara ait düğümlerdeki yükün (gerilmenin) **teğetsel** bileşenleridir. Bunlar, saat akrebi tersi yönünde bir sıra ile tarif edilmeli ve yükün teğetsel bileşenlerinin etkiye yönü eleman numaralama yönünde ise, işareti “+” alınmalıdır.



Şekil Ek-3.1. Sonlu elemanda düğüm numaralama sırası

Eleman düğüm noktalarında hangi gerilme bileşke/bileşkeleri hesaplanacaksa, **Şekil Ek-3.1.** daki düğüm numaralarına göre aşağıdaki tablodan seçilmelidir.

	Düzlem gerilme/şekil değiştirme hali			Eksenel dönел simetrik hali			
Düğüm no:	σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_x	σ_y	σ_θ	τ_{xy}
N ₁	1	2	3	1	2	3	4
N ₈	4	5	6	5	6	7	8
N ₇	7	8	9	9	10	11	12
N ₂	10	11	12	13	14	15	16
Orta noktada	13	14	15	17	18	19	20
N ₆	16	17	18	21	22	23	24
N ₃	19	20	21	25	26	27	28
N ₄	22	23	24	29	30	31	32
N ₅	25	26	27	33	34	35	36

DATA BÖLÜMÜ NO: 10 Dinamik yükler ile ilgili bilgiler bölümü

IYUKT

IYUKT=1,2,3,4,5,6 ise, aşağıdaki değişkenleri yazınız.

(IYUKT=7 ise, bu satırı atlayınız!)

TSUR TSON

IYUKT=7 ise, aşağıdaki değişkenleri yazınız.

(IYUKT=1,2,3,4,5,6 ise, bu satırları atlayınız!)

NG

T(I) F(I) (I=1,NG)

MT aT

Değişkenlerin tarifleri şöyledir:

IYUKT :Yükleme tipleri, IYUKT=1,2,3,4,5,6 olması hallerinde aşağıdaki Tabloda ilk 6 satırda, iki zaman aralığında doğrusal değişen yükleme için, IYUKT=7 olması halinde, Tabloda 7. satırda verilmektedir.

TSUR : İmpulsif şeklindeki yüklemelerde, impulsif yükün bittiği zamandır.

TSON : Toplam işlem süresidir.

NG : Toplam işlem süresi içinde, iki nokta arasında doğrusal değişen yüklemde

nokta sayısı

T(I) F(I): Zaman değeri ve bu zamana karşılık gelen yükün şiddetidir. Bu satır NG sayısı

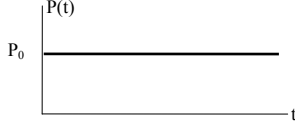
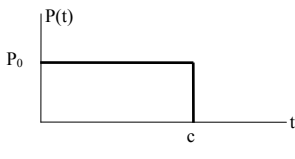
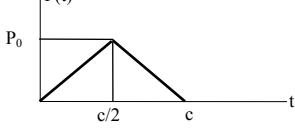
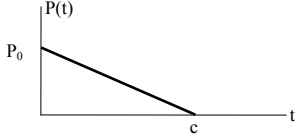
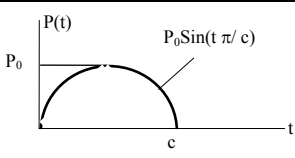
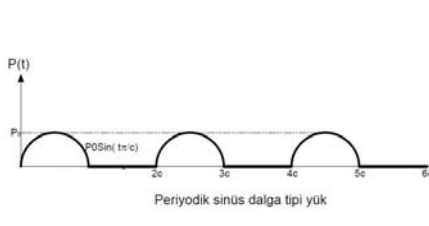
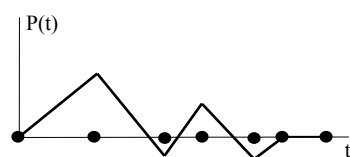
kadar alt alta yazılmalıdır!

MT : Terim sayısı olan 2^M ifadesindeki M dir.

aT : Ters Laplace dönüşümü için, $5 \leq aT \leq 10$. aralığında bir parametredir.

Bu çalışmada genellikle **aT=6** alınmaktadır.

Zamana bağılı bazı yük fonksiyonlarının Laplace dönüşümleri

Tip No:	Yük Tipleri	Fonksiyonun Zamanla Değişimi $P(t)$	Laplace Dönüşümü $\bar{P}(s)$
1	Ani Yük (Adım tipi)		$\frac{P_0}{s}$
2	İmpulsif Dikdörtgen		$\frac{P_0(1 - e^{-cs})}{s}$
3	İmpulsif Üçgen		$P_0 \left[\frac{1 - e^{-\frac{cs}{2}}}{s} \right]^2 \frac{2}{c}$
4	İmpulsif Dik Üçgen		$P_0 \left[\frac{1}{s} - \frac{1 - e^{-cs}}{cs^2} \right]$
5	İmpulsif Sinüs		$P_0 \frac{\pi c (1 + e^{-cs})}{c^2 s^2 + \pi^2}$
6	Dalga Tipi Sinüs Yüğü		$P_0 \frac{\pi c}{(c^2 s^2 + \pi^2)(1 - e^{-cs})}$
7	Keyfi Yük		İki nokta arasında doğrusal değişen fonksiyonların Laplace dönüşümleri EK 1 de verilen sayısal Laplace dönüşüm yöntemi ile hesaplanmaktadır.